METRON

RIVISTA INTERNAZIONALE DI STATISTICA — REVUE INTERNATIONALE DE STATISTIQUE
INTERNATIONAL REVIEW OF STATISTICS — INTERNATIONALE STATISTISCHE ZEITSCHRIFT

DIRETTORE PROPRIETARIO — DIRECTEUR ET PROPRIÉTAIRE
EDITOR AND PROPRIETOR — HERAUSGEBER UND EIGENTHÜMER

Prof. Dott. Corrado Gini, *Direttore dell'Istituto di Statistica della R. Università di Roma.*

COMITATO DIRETTIVO — COMITÉ DE DIRECTION
EDITORIAL COMMITTEE — DIREKTION-KOMITEE

Prof. F. Bernstein, *früherer Direktor des Instituts für mathematische Statistik der Universität, Göttingen* (Deutschland), *jetzt an der Columbia University* (U. S. A).
Prof. A. E. Bunge, *ya director gen. de Estadística de la Nación, Buenos Aires* (Argentina).
Prof. F. P. Cantelli, *professore di Matematica Attuariale nella R. Università di Roma* (Italia).
Prof. A. Flores de Lemus, *jefe de Estadística del Min. de Hacienda, Madrid* (España).
Prof. M. Greenwood, *professor of Epidemiology and Vital Statistics in the University of London* (England).
Dott. G. Jahn, *directeur du Bureau Central de Statistique de Norvège, Oslo* (Norvège).
Prof. A. Julin, *secrétaire général honoraire du Ministère de l'Industrie, du Travail et de la Prévoyance sociale, Bruxelles* (Belgique).
Prof. H. W. Methorst, *directeur de l'Office permanent de l'Institut International de Statistique et du Bureau central de Statistique, La Haye* (Pays-Bas).
Prof. W. F. Ogburn, *professor of Sociology in the University of Chicago* (U. S. A.).
Prof. R. Pearl, *director of the Department of Biology of the School of Hygiene and Public Health, Baltimore* (U. S. A.).
Prof. H. Westergaard, *professor in the University of Copenhagen* (Denmark).

AMMINISTRATORE — ADMINISTRATEUR — MANAGER — VERWALTER
Dott. Silvio Orlandi, *Istituto di Statistica della R. Università di Roma.*

SEGRETARI DI REDAZIONE — SECRÉTAIRES DE RÉDACTION
EDITORIAL SECRETARIES — REDACTIONSSECRETAERE
Prof. Luigi Galvani — Prof. Mario Saibante

Vol. XII - N. 4 **30-IX-1936**

SOMMARIO — SOMMAIRE — CONTENTS — INHALT

C. Gini. *Dell'influenza che il raggruppamento delle singole modalità esercita sul valore di alcuni indici statistici nel caso di serie sconnesse* . . . Pag. 3
H. Kœppler. *Das Wahrscheinlichkeitsgesetz zweier wahrer einander zugeordneten Fehler und einige mit diesem zusammenhängende Betrachtungen* . . » 35
S. Kullback. *A note on the multiple correlation coefficient* . . . . . » 67
S. Koller. *Die Analyse der Abhaengigkeitsverhaeltnisse in zwei Korrelationssystemen* . . . . . » 73
G. Pietra. *Andreas M. Andréadès, Carl V. L. Charlier, Emanuel Czuber, George Knibbs, Lucien March. « In Memoriam »* . . . . . » 107
Bibliografia . . . . . » 121

ROMA
AMMINISTRAZIONE DEL «METRON»
R. UNIVERSITÀ — ISTITUTO DI STATISTICA

ARTICOLI GIUNTI ALLA RIVISTA CHE VERRANNO PUBBLICATI NEI PROSSIMI NUMERI.

(*Secondo l'ordine d'arrivo*).

ARTIKEL DIE AN DIE ZEITSCHRIFT ANGELANGT SIND UND WELCHE IN DEN NACHFOLGENDEN NUMMERN ERSCHEINEN WERDEN.

(*Nach der Reihenfolge des Eingangs*)

ARTICLES REÇUS PAR LA REVUE ET À PARAÎTRE PROCHAINEMENT.

(*D'après la date de reception*).

ARTICLES RECEIVED BY THE REVIEW WHICH WILL BE PUBLISHED IN FUTURE ISSUES.

(*According to date of receipt*)

D. E. Scates — *The Influence of Restrictive Routes Upon the Center of Minimum Aggregate Travel.*

P. Ottestad — *On the exponential frequency function and frequency distributions.*

C. F. Roos — *A general invariant criterion of fit for lines and planes where all variates are subject to error.*

Gli Autori degli articoli inviati per la pubblicazione nella Rivista, rinunciano in favore della medesima alla proprietà letteraria degli articoli stessi, qualora vengano pubblicati.

Les Auteurs des articles envoyés à la Revue, pour y être publiés, renoncent, en faveur de celle-ci, à la propriéte littéraire de leurs articles, s'ils sont acceptés.

The Authors of papers sent for publication in the Review are supposed to give up their copyright in favour of the Review if the papers are published.

Die Verfasser der zur Veröffentlichung in der Zeitschrift zugesandten Aufsätze, werden, falls selbige veröffentlicht werden, auf ihre Verfasserrechte zu Gunsten der Zeitschrift verzichten müssen.

CORRADO GINI

Dell'influenza che il raggruppamento delle singole modalità esercita sul valore di alcuni indici statistici nel caso di serie sconnesse

Uno dei problemi più delicati ed importanti della metodologia statistica riguarda l'influenza che, sugli indici statistici, esercita il modo di formazione delle classi entro cui le modalità di una serie vengono distribuite.

Il problema si presenta inevitabilmente in tutte le serie qualitative e quantitative (e sono la grande maggioranza) in cui la natura del fenomeno non comporta una determinazione univoca delle modalità. Questo è il caso ogni qualvolta tutte le modalità, qualitative o quantitative, che il fenomeno presenta, o alcune almeno di esse, variano con continuità, come avviene per le modalità della statura, della pigmentazione, della età e della professione. Tale non è il caso, invece, quando le modalità sono rappresentate da quantità discontinue, come avviene per il numero dei figli, o da qualità nettamente distinte, come avviene per la cittadinanza o il grado gerarchico o lo stato civile.

Ma, anche quando le modalità siano discontinue o nettamente distinte, si può offrire l'opportunità di raggrupparle, oppure può darsi che noi conosciamo solo i dati corrispondenti a determinati raggruppamenti, nei quali casi il problema si ripresenta.

Il problema si presenta in modo diverso nelle serie *ordinate* e nelle *non ordinate*, a seconda, cioè, che le modalità presentino un ordine naturale di successione — come avviene in tutte le serie quantitative e nelle serie qualitative che si dicono *rettilinee* (per es. il numero degli individui secondo il grado gerarchico) o *cicliche* (per es., il numero dei matrimoni secondo il giorno della settimana) — o invece, in parte almeno, non lo presentino — come quando

le modalità sono costituite dalla professione, dalla lingua, dalla nazionalità.

Nel primo caso, il solo problema da risolvere è quello dell'ampiezza della classe ; nel secondo, invece, resta anche da decidere quali sono le modalità che si devono far rientrare in una stessa classe, il raggruppamento potendo eseguirsi in modi diversi.

Quando poi una serie non ordinata si può riguardare come serie *sconnessa*, in modo che per tutte le modalità resti arbitrario l'ordine con cui l'una si può far seguire all'altra, i raggruppamenti possono eseguirsi in tutti i modi possibili.

In questa nota, noi ci proponiamo di trattare precisamente dell'influenza che, sul valore di alcuni indici statistici, esercita il raggruppamento delle modalità nel caso di serie sconnesse. L'influenza risulterà naturalmente diversa secondo che il raggruppamento si compie in una o nell'altra delle forme possibili. Ma, poichè tutte le forme di raggruppamento sono, nelle serie sconnesse, ugualmente autorizzate, si potrà assumere, come misura della variazione che un dato raggruppamento determina sul valore di un indice statistico, la media delle variazioni che il valore di detto indice subisce eseguendo il raggruppamento in tutte le forme possibili.

* * *

Se $1, 2, \ldots, s$ sono le modalità di un fenomeno, $n_1, n_2, \ldots, n_s$ le rispettive frequenze, e quindi $n_1 + n_2 + \ldots + n_s = N$ la frequenza complessiva del fenomeno, le s modalità si potranno ridurre a $s - 1$ raggruppando una qualunque delle s modalità con una qualunque delle altre $s - 1$. Il raggruppamento si potrà quindi eseguire in $s\,(s - 1)/2$ modi possibili.

Chiameremo *serie primitiva*, la serie originaria di s modalità e *serie ridotta in primo grado*, la serie di $s - 1$ modalità o gruppi di modalità, che da quella si è ricavata mediante il raggruppamento di 2 modalità. Per una serie primitiva di s modalità, vi sono dunque $s\,(s - 1)/2$ diverse serie ridotte in primo grado.

Similmente, da ognuna delle serie ridotte in primo grado, che comprendono $s - 1$ modalità o gruppi di modalità, si possono ottenere *serie ridotte in secondo grado*, raggruppando una qualunque delle $s - 1$ modalità (o gruppi di modalità) con una qualunque delle altre $s - 2$ modalità. Tale raggruppamento può essere eseguito in $(s - 1)\,(s - 2)/2$ modi diversi, così che, da ogni serie

ridotta in primo grado, possono ricavarsi $(s - 1)(s - 2)/2$ diverse serie ridotte in secondo grado, e, quindi, da ogni serie primitiva, possono ricavarsi $\frac{s(s-1)^2(s-2)}{2^2}$ serie ridotte in secondo grado.

In generale chiameremo *serie ridotta in x^{mo} grado* una serie di $s - x$ modalità che si è ottenuta dalla serie primitiva di s modalità mediante x successivi raggruppamenti di due modalità nel modo sopra descritto. Per ogni serie primitiva di s modalità, si possono ricavare in tal modo: $X = \prod_{i=o}^{i=x} (s - i)^2 / 2^x \, s(s - x)$ serie ridotte in x^{mo} grado, comprendenti $s - x$ modalità o gruppi di modalità.

Si tratta ora di trovare la relazione che passa tra il valore di un dato indice statistico (per es. differenza media o scostamento semplice medio o indice di dissomiglianza o indice di rassomiglianza) per la serie primitiva di s modalità, e la media degli X valori che per lo stesso indice si ottengono nelle X serie ridotte in x^{mo} grado, che comprendono $s - x$ modalità o gruppi di modalità.

* * *

Consideriamo anzitutto la differenza media con ripetizione e lo scostamento semplice medio dalla media aritmetica. I loro valori per le serie sconnesse coincidono e sono forniti (*) dalla formula

$$_s\Delta_R = \frac{1}{N^2} \sum_{i=1}^{i=s} n_i (N - n_i) = {}_s^1 S_R$$

ovvero, ponendo $p_i = n_i / N$,

$$_s\Delta_R = \sum_{i=1}^{i=s} p_i (1 - p_i) = {}_s^1 S_R$$

Gli $s(s - 1)/2$ valori che si ottengono in corrispondenza alle $s(s - 1)/2$ serie ridotte in primo grado, sono

$$(p_1 + p_2)(1 - p_1 - p_2) + p_3(1 - p_3) + p_4(1 - p_4) + \ldots + p_s(1 - p_s),$$
$$(p_1 + p_3)(1 - p_1 - p_3) + p_2(1 - p_2) + p_4(1 - p_4) + \ldots + p_s(1 - p_s),$$

(*) Cfr. la memoria *Variabilità e Mutabilità* (in « Studi economico-giuridici della R. Università di Cagliari », Bologna, Cuppini, 1912, pag. 144), che sarà prossimamente riprodotta, con note ed aggiunte, nel volume: *Memorie di Metodologia Statistica*, Roma, R. Università, Istituto di Statistica.

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$(p_1 + p_s)(1 - p_1 - p_s) + p_2(1 - p_2) + p_3(1 - p_3) + \ldots + p_{s-1}(1 - p_{s-1}),$$

$$(p_2 + p_3)(1 - p_2 - p_3) + p_1(1 - p_1) + p_4(1 - p_4) + \ldots + p_s(1 - p_s),$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$(p_2 + p_s)(1 - p_2 - p_s) + p_1(1 - p_1) + p_3(1 - p_3) + \ldots + p_{s-1}(1 - p_{s-1}),$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$(p_{s-1} + p_s)(1 - p_{s-1} - p_s) + p_1(1 - p_1) + p_2(1 - p_2) + \ldots + p_{s-2}(1 - p_{s-2}).$$

Il primo termine di ciascuna delle $s\,(s-1)/2$ espressioni può anche mettersi sotto la forma

$$p_1(1 - p_1) + p_2(1 - p_2) - 2\,p_1 p_2$$
$$p_1(1 - p_1) + p_3(1 - p_3) - 2\,p_1 p_3$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$p_{s-1}(1 - p_{s-1}) + p_s(1 - p_s) - 2\,p_{s-1} p_s\,,$$

e quindi la somma degli $s\,(s-1)/2$ valori può anche scriversi

$$\frac{s\,(s-1)}{2} \sum_{i=1}^{i=s} p_i(1 - p_i) - 2 \sum p_i p_l \qquad (1)$$

dove $\sum p_i p_l$ indica la somma degli $s\,(s-1)/2$ prodotti diversi che si ottengono accoppiando a due a due gli s valori di p_i.

Resta ora da determinare il valore di $2 \sum p_i p_l$. Si trova facilmente

$$2 \sum p_i p_l = \sum_{i=1}^{i=s} \sum_{l=1}^{l=s} p_i p_l - \sum_{i=1}^{i=s} p_i p_i$$

o, tenendo presente che è $\sum_{l=1}^{l=s} p_l = 1$,

$$2 \sum p_i p_l = \sum_{i=1}^{i=s} p_i - \sum_{i=1}^{i=s} p_i^2\,,$$

o anche

$$2 \sum p_i p_l = \sum_{i=1}^{i=s} p_i(1 - p_i) \qquad (2).$$

Dalle (1) e (2) si ricava, per la somma degli $s\,(s-1)/2$ valori, l'espressione

$$\left[\frac{s\,(s-1)}{2} - 1\right] \sum_{i=1}^{i=s} p_i(1 - p_i)$$

e per la loro media

$$\left[1 - \frac{2}{s\,(s-1)}\right] \sum_{i=1}^{i=s} p_i(1 - p_i)$$

ossia

$$M\,({}_{s-1}\Delta_R) = \left[1 - \frac{2}{s\,(s-1)}\right] {}_s\Delta_R \qquad (3)$$

che dà la relazione tra la differenza media con ripetizione nella serie primitiva e nelle serie ridotte in primo grado.

Al crescere di s, il coefficiente tende all'unità.

Se ne ricava facilmente la relazione cercata tra la differenza media con ripetizione nella serie primitiva e nelle serie ridotte in x^{mo} grado.

In generale si avrà

$$M\,({}_{s-x}\Delta_R) = \prod_{i=1}^{i=x} \left[1 - \frac{2}{(s-i)\,(s-i+1)}\right] {}_s\Delta_R .$$

Questa formula si pone facilmente sotto la forma

$$M\,({}_{s-x}\Delta_R) = \left[1 - \frac{2\,x}{(s-1)\,(s-x+1)}\right] {}_s\Delta_R \qquad (*)$$

(*) La validità della formula

$$\prod_{i=1}^{i=x} \left[1 - \frac{2}{(s-i)\,(s-i+1)}\right] = 1 - \frac{2\,x}{(s-1)\,(s-x+1)}$$

si prova facendo ricorso al principio d'induzione completa: eseguita la verifica della formula per $i = 1, 2$, che è immediata, si dimostra che, ammesso

$$\prod_{i=i}^{i=x-1} \left[1 - \frac{2}{(s-i)\,(s-i+1)}\right] = 1 - \frac{2\,(x-1)}{(s-1)\,(s-x+2)},$$

risulta

$$\prod_{i=1}^{i=x} \left[1 - \frac{2}{(s-i)\,(s-i+1)}\right] = 1 - \frac{2\,x}{(s-1)\,(s-x+1)}.$$

È infatti

$$\prod_{i=1}^{i=x} \left[1 - \frac{2}{(s-i)\,(s-i+1)}\right] = \left[1 - \frac{2}{(s-x)\,(s-x+1)}\right] \prod_{i=1}^{i=x-1} \left[1 - \frac{2}{(s-i)\,(s-i+1)}\right] =$$

$$= \left[1 - \frac{2}{(s-x)\,(s-x+1)}\right] \left[1 - \frac{2\,(x-1)}{(s-1)\,(s-x+2)}\right] =$$

$$= 1 - \frac{2\,(s-1)\,(s-x+2) + 2\,(x-1)\,(s-x)\,(s-x+1) - 4\,(x-1)}{(s-1)\,(s-x)\,(s-x+1)\,(s-x+2)} =$$

$$= 1 - 2\,(s-x+2)\,\frac{(s-1) + (x-1)\,(s-x) - (x-1)}{(s-1)\,(s-x)\,(s-x+1)\,(s-x+2)} =$$

$$= 1 - 2\,(s-x)\,\frac{1 + (x-1)}{(s-1)\,(s-x)\,(s-x+1)} = 1 - \frac{2\,x}{(s-1)\,(s-x+1)}$$

c. d. d.

che, posto

$$ {}_{s-x}^{s}K = 1 - \frac{2x}{(s-1)(s-x+1)} , \qquad (4) $$

si riduce all'altra

$$ M({}_{s-x}\Delta_R) = {}_{s-x}^{s}K \, {}_{s}\Delta_R . \qquad (5) $$

Per $s - x = 2$, si ottiene

$$ {}_{2}^{s}K = \frac{s+1}{3(s-1)} $$

che al crescere di s tende ad 1/3.

La tabella qui sotto dà i valori di ${}_{s-1}^{s}K$ e di ${}_{2}^{s}K$ per i successivi valori di s da 3 a 14

Valori di s	Valori rispettivi di ${}_{s-1}^{s}K$	${}_{2}^{s}K$
3	2/3	2/3
4	5/6	5/9
5	9/10	1/2
6	14/15	7/15
7	20/21	4/9
8	27/28	3/7
9	35/36	5/12
10	44/45	11/27
11	54/55	2/5
12	65/66	13/33
13	77/78	7/18
14	90/91	5/13

${}_{s-1}^{s}K$ si può ritenere praticamente uguale ad 1 per $s > 14$, e ${}_{2}^{s}K$ si può ritenere praticamente uguale ad 1/3 per $s > 67$, la differenza essendo in tal caso inferiore a 1/100.

* * *

Passiamo a fare un'applicazione, sia per controllare l'esattezza delle formule a cui siamo pervenuti, sia per renderci conto delle differenze che praticamente intercedono tra gli $s(s-1)/2$ diversi valori di ${}_{s-1}\Delta_R$ che si ottengono in corrispondenza alle diverse serie ridotte di primo grado.

Consideriamo le spose che hanno contratto matrimonio in Buenos Ayres nel periodo 1887-91, distinte, secondo la nazionalità, in cinque modalità. Il numero n'_i delle spose corrispondente ad ogni modalità è dato nella colonna 1; nella colonna 2 sono indicate le rispettive frequenze (relative) p'_i.

Nazionalità	Numero delle spose n'_i	Frequenze relative p'_i
	1	2
Argentine	7863	0,34735
Italiane	7638	0,33741
Spagnuole	3514	0,15523
Francesi	1652	0,07298
Altre nazionalità . .	1970	0,08703
TOTALE . . .	22637	1,00000

Il valore della differenza media (*) per le 5 modalità sarà:

$$_5\Delta'_R = 0{,}34735\,(1 - 0{,}34735) + 0{,}33741\,(1 - 0{,}33741) + 0{,}15523\,(1 - 0{,}15523) + + 0{,}07298\,(1 - 0{,}07298) + 0{,}08703\,(1 - 0{,}08703) = 0{,}72850.$$

Riducendo le modalità da 5 a 4, si otterranno 10 diversi valori di $_4\Delta'_R$.

Il primo sarà:

$$_4\Delta'_R = (0{,}34735 + 0{,}33741)\,(1 - 0{,}34735 - 0{,}33741) + 0{,}15523\,(1 - 0{,}15523) + + 0{,}07298\,(1 - 0{,}07298) + 0{,}08703\,(1 - 0{,}08703) = 0{,}49410.$$

Il secondo sarà:

$$_4\Delta'_R = (0{,}34735 + 0{,}15523)\,(1 - 0{,}34735 - 0{,}15523) + 0{,}33741\,(1 - 0{,}33741) + + 0{,}07298\,(1 - 0{,}07298) + 0{,}08703\,(1 - 0{,}08703) = 0{,}62066.$$

Analogamente si trovano gli altri otto:

0,67780 , 0,66803 , 0,62376 , 0,67926 , 0,66977 , 0,70585 , 0,70148 , 0,71580.

(*) Tutti i calcoli per le applicazioni contenute in questo articolo furono eseguiti dalla D.ssa Edmonda Rossi, assistente presso la Scuola di Statistica della R. Università di Roma.

La somma dei 10 valori risulta uguale a 6,5565, e la loro media $M\ ({}_4\Delta'_R) = 6{,}5565/10 = 0{,}65565$, valore che corrisponde a quello che, in base alla (3), si sarebbe potuto ricavare da ${}_5\Delta'_R$.

Per $s = 5$, la (3) diviene infatti:

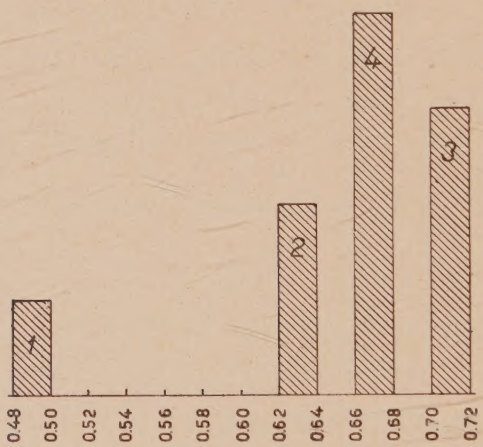
$$M\ ({}_4\Delta'_R) = (1 - 2/5 \cdot 4)\ {}_5\Delta'_R$$

da cui, sostituendo a ${}_5\Delta_R$ il valore già trovato,

$$M\ ({}_4\Delta'_R) = 0{,}72850 \cdot 9/10 = 0{,}65565.$$

Si noti come i 10 valori di ${}_4\Delta'_R$ differiscano notevolmente tra loro, passando da un minimo di 0,49410 a un massimo di 0,71580. La loro distribuzione è quanto mai irregolare, come appare dal seguente diagramma (Fig. 1), che esprime le frequenze dei valori di ${}_4\Delta'_R$ in classi di due centesimi. Neppure un valore cade nella classe 0,64-0,66, a cui corrisponde la media. Il rapporto di concentrazione (*) dei 10 valori di ${}_4\Delta'_R$ risulta = 13,4 %.

Fig. 1



Il valore di $M\ ({}_3\Delta'_R)$ si ricava immediatamente dal valore di $M\ ({}_4\Delta'_R)$ in base alla (3).

Si ha

$$M\ ({}_3\Delta'_R) = (1 - 2/4 \cdot 3)\ M\ ({}_4\Delta'_R) = 0{,}65565 \cdot 5/6 = 0{,}54637.$$

(*) Cfr. C. GINI, *Sul massimo degli indici di variabilità assoluta e sulle sue applicazioni agli indici di variabilità relativa e al rapporto di concentrazione*, in « Metron », Vol. VIII, n. 3, 1930, pagg. 6 e 10-12.

Per riscontrare l'esattezza della formula conviene calcolare, per ognuno dei 10 valori già determinati di ${}_4\Delta'_R$, i 6 diversi valori che si possono ottenere per ${}_3\Delta'_R$.

I 6 diversi valori di ${}_3\Delta'_R$, che corrispondono al valore di ${}_4\Delta'_R = 0{,}49410$, risultano, ad esempio, i seguenti :

0,47145 0,46708 0,48140 0,28152, 0,39416 0,37491.

La loro somma è 2,47052, e la loro media $M\,({}_3\Delta'_R) = 0{,}41175$, che si sarebbe potuta ricavare direttamente dalla $M\,({}_3\Delta'_R) = {}_4\Delta'_R\ 5/6$, ottenendo appunto

$$M\,({}_3\Delta'_R) = 0{,}49410 \cdot 5/6 = 0{,}41175.$$

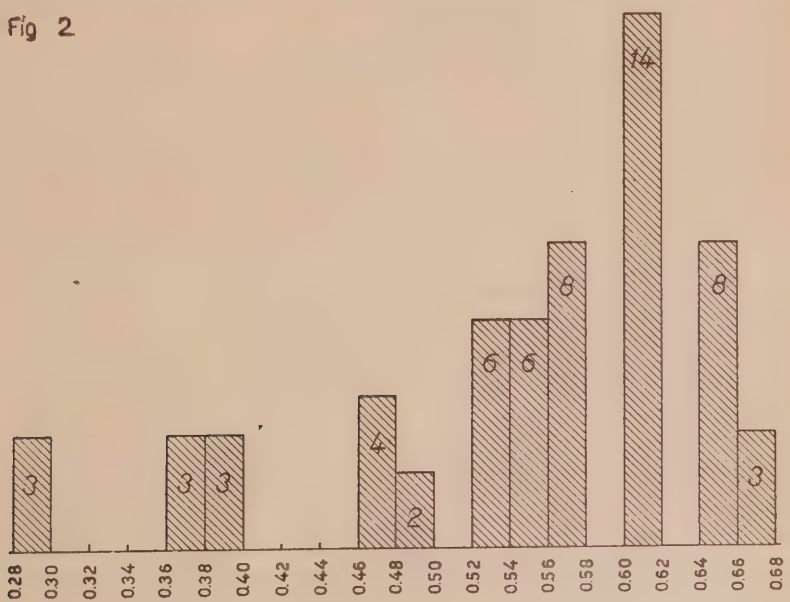
Analogamente si sono calcolati gli altri 54 valori di ${}_3\Delta'_R$, che per brevità non riproduciamo.

La somma di tutti i 60 valori di ${}_3\Delta'_R$ è uguale a 32,78259, e la loro media 32,78259/60 dà appunto il valore di $M\,({}_3\Delta'_R) = 0{,}54637$ a cui eravamo arrivati in base alla (3).

I 60 valori di ${}_3\Delta'_R$ presentano un vasto campo di variazione, che va da un minimo di 0,28152 a un massimo di 0,66612. Il loro rapporto di concentrazione risulta = 21,3 %

La rappresentazione che segue (Fig. 2) mostra le irregolarità della distribuzione. Questa è fortemente asimmetrica ; la mas-

Fig 2



sima frequenza corrisponde ai valori di 0,60-0,62, molto superiori al valor medio. Le frequenze delle varie classi sono uguali o superiori a 2, ogni singolo valore risultando ripetuto 2 o 3 volte (ciò risulterà anche per gli altri indici che calcoleremo in seguito ed è una proprietà generale delle serie ridotte in secondo grado).

La (3) ci permette di passare immediatamente dal valore di $M\ ({}_3\Delta'_R) = 0{,}54637$ al valore di $M\ ({}_2\Delta'_R)$. Si trova:

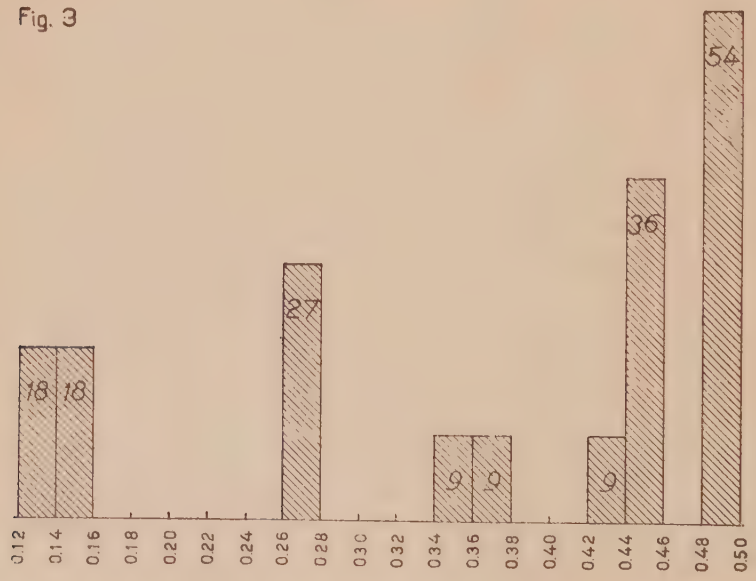
$$M\ ({}_2\Delta'_R) = (1 - 2/3 \cdot 2)\ M\ ({}_3\Delta'_R) = 0{,}54637 \cdot 2/3 = 0{,}36425.$$

Volendo riscontrare la esattezza della formula, conviene, per ognuno dei 60 valori di ${}_3\Delta'_R$, calcolare i 3 diversi valori che si possono ottenere per ${}_2\Delta'_R$. La somma dei 180 valori di ${}_2\Delta'_R$ è uguale a 65,56519, e la loro media risulta appunto:

$$M\ ({}_2\Delta'_R) = 0{,}36425.$$

Diamo, anche per questo caso, la distribuzione dei 180 valori di ${}_2\Delta'_R$, (Fig. 3) che è ancora più irregolare e asimmetrica delle precedenti; essa presenta la frequenza minima in corrispondenza alla classe 0,36-0,38, in cui cade la media, e la frequenza massima nella classe estrema 0,48-0,50. Le frequenze delle varie classi sono uguali o multipli di 9, ogni singolo valore risultando ripetuto 9 o 18 volte (ciò risulterà anche per gli altri indici che calcole-

Fig. 3



remo in seguito ed è una proprietà generale delle serie ridotte in terzo grado). Il rapporto di concentrazione dei 180 valori risulta = 31,2 %.

L'applicazione che abbiamo eseguito mostra all'evidenza che, se le medie di tutti i diversi valori che si possono ottenere per ${}_s\Delta_R$ e ${}_{s-1}\Delta_R$ stanno fra loro in una relazione molto semplice, espressa dalla formula (3), altrettanto non può dirsi per i singoli valori di ${}_s\Delta_R$ e di ${}_{s-1}\Delta_R$.

Tutto ciò che si può affermare in proposito è che, se si ha un dato valore di ${}_i\Delta_R$, ogni valore di ${}_{i-1}\Delta_R$, che si ottiene riunendo due delle i modalità su cui il primo è determinato, risulta inferiore a ${}_i\Delta_R$ (*), ma non è detto affatto che tali valori di ${}_{i-1}\Delta_R$ siano inferiori ad un altro valore di ${}_i\Delta_R$ ottenuto pure su i modalità, ma differentemente raggruppate.

Se si considerano le distribuzioni dei valori di ${}_4\Delta'_R$, ${}_3\Delta'_R$, ${}_2\Delta'_R$, ottenuti nell'applicazione testè fatta, si riscontra che ben 118, e cioè quasi i 2/3, dei 180 valori di ${}_2\Delta'_R$ sono non inferiori a qualche valore di ${}_3\Delta'_R$, e 45, cioè i 3/4, dei 60 valori di ${}_3\Delta'_R$, sono non inferiori a qualche valore di ${}_4\Delta'_R$, e infine 18, cioè 1/10, dei 180 valori di ${}_2\Delta'_R$, sono non inferiori a qualche valore di ${}_4\Delta'_R$.

Tutto ciò fa comprendere quanta importanza abbia, ai fini di determinare la differenza media, il modo con cui vengono raggruppate le modalità di un carattere qualitativo, anche supponendo che sia sempre uguale il numero dei gruppi che con esse si costituiscono.

* * *

Eseguiremo, per la serie degli sposi, che hanno contratto matrimonio in Buenos Ayres nel periodo 1887-91, i calcoli relativi alla differenza media, analogamente a quanto abbiamo testè fatto per la serie delle spose.

Diamo anzitutto i valori delle frequenze assolute n''_i, e delle frequenze relative p''_i corrispondenti alle varie modalità :

(*) Basta per ciò osservare che, se due modalità a e b si raggruppano in una sola modalità c, in modo che sia $p_a + p_b = p_c$, si ottiene $p_c(1 - p_c) = (p_a + p_b)(1 - p_a - p_b) = p_a(1 - p_a) + p_b(1 - p_b) - 2\,p_a\,p_b$ dove il termine $-2\,p_a\,p_b$ è sempre negativo.

Nazionalità	Numero degli sposi n''_i	Frequenze relative p''_i
Argentini	4812	0,21253
Italiani	9838	0,43462
Spagnuoli	4107	0,18143
Francesi	1605	0,07091
Altre nazionalità . .	2275	0,10051
TOTALE . . .	22637	1,00000

Il valore della differenza media per le 5 modalità è

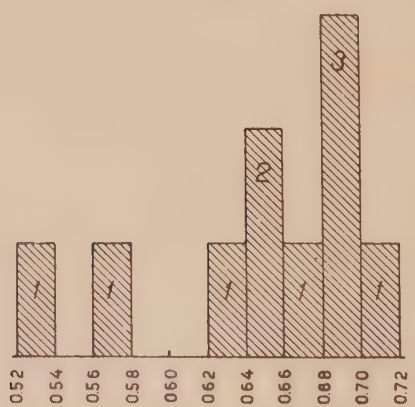
$$_5\Delta''_R = 0{,}71788.$$

Se si riducono le modalità da 5 a 4, si ottengono i seguenti 10 valori di $_4\Delta''_R$:

0,53312 ; 0,64075 ; 0,68775 ; 0,67516 ; 0,56019 ;
0,65626 ; 0,63053 ; 0,69216 ; 0,68142 ; 0,70363.

rappresentati dal seguente diagramma (Fig. 4), il cui campo di variazione è un poco più ristretto di quello dei valori di $_4\Delta'_R$ (cfr. Fig. 1). Il loro rapporto di concentrazione risulta = 12,6 %.

Fig. 4



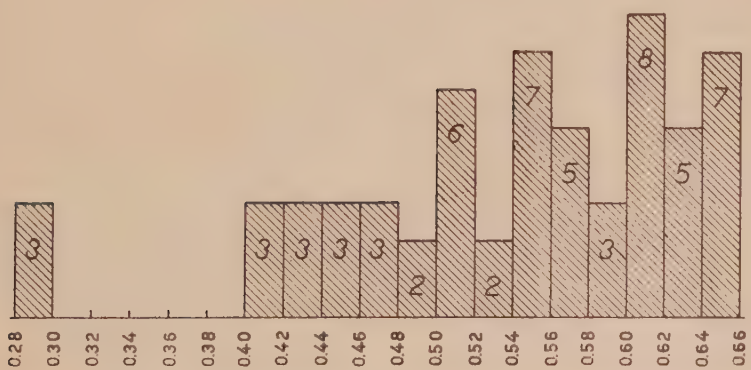
Da questa rappresentazione appare come anche la distribuzione dei valori di ${}_4\Delta''_R$ sia molto irregolare, ma diversa da quella dei valori di ${}_4\Delta'_R$; infatti nella classe 0,64-0,66, a cui corrisponde la media dei 10 valori in questione, $M\,({}_4\Delta''_R) = 0{,}64609$, cadono due valori di ${}_4\Delta''_R$, e la frequenza massima non spetta alla classe a questa contigua, al contrario di quanto risulta per i valori di ${}_4\Delta'_R$ (cfr. Fig. 1).

Calcolati i 60 valori di ${}_3\Delta''_R$, determinando, come nell'esempio precedente, per ognuno dei 10 valori di ${}_4\Delta''_R$, i 6 diversi valori di ${}_3\Delta''_R$ che da esso si possono ottenere, si nota che essi, come i valori di ${}_3\Delta'_R$, presentano un vasto campo di variazione, i cui limiti sono 0,29829 e 0,65129. Il rapporto di concentrazione risulta = 19,9 %.

La rappresentazione che segue (Fig. 5) mostra la irregolarità della distribuzione dei valori di ${}_3\Delta''_R$; la frequenza massima corrisponde ai valori della classe 0,60-0,62, molto superiori al valore medio, che, in base alla formula (3), è

$$M\,({}_3\Delta''_R) = 0{,}64609 \cdot 5/6 = 0{,}53841.$$

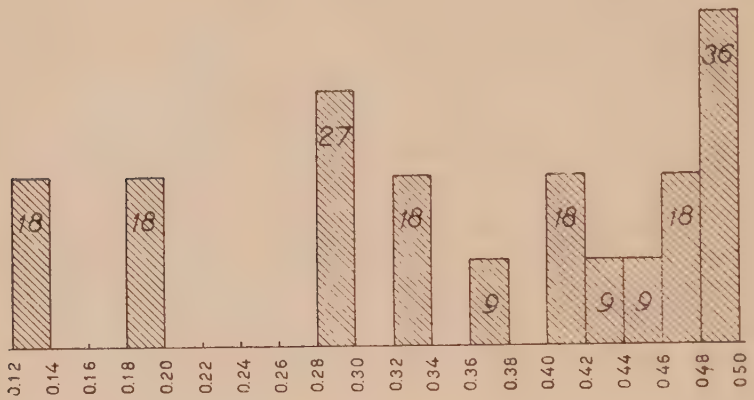
Fig. 5



Il diagramma dei 180 valori di ${}_2\Delta''_R$, che riportiamo alla pagina seguente (Fig. 6), presenta qualche analogia col diagramma che esprime la distribuzione dei valori di ${}_2\Delta'_R$ (cfr. Fig. 3). Infatti le

ue distribuzioni hanno lo stesso campo di variazione e presentano la massima frequenza nella classe estrema 0,48-0,50.

Fig 6



Il rapporto di concentrazione dei 180 valori di ${}_2\Delta''_R$ risulta $= 29{,}8\,\%$.

Anche per i valori di ${}_2\Delta_R$, come per quelli di ${}_4\Delta_R$ e di ${}_3\Delta_R$, la variabilità risulta dunque, nell'esempio considerato, non sostanzialmente diversa, seppure alquanto più bassa, per la serie degli sposi che per quella delle spose.

Per ciò che riguarda il confronto dei valori di ${}_s\Delta''_R$ e ${}_{s-x}\Delta''_R$, si riconosce che, anche in questo caso, 118, cioè quasi i 2/3, dei 180 valori di ${}_2\Delta''_R$ sono superiori a qualche valore di ${}_3\Delta''_R$, mentre nessun valore di ${}_2\Delta''_R$ è maggiore di qualche valore di ${}_4\Delta''_R$, e, infine, 35, cioè quasi i 3/5, dei 60 valori di ${}_3\Delta''_R$, sono superiori a qualche valore di ${}_4\Delta''_R$. Ciò conferma quanto si è innanzi osservato, a proposito della serie delle spose, vale a dire che, nella determinazione della differenza media, ha grande importanza il modo con cui si raggruppano le modalità di un carattere qualitativo.

* * *

Possiamo, a questo punto, porci un'altra questione : il modo con cui si raggruppano le modalità, ha influenza analoga sui valori della differenza media di serie diverse ?

Confrontiamo, a tal fine, i valori di ${}_4\Delta_R$, ${}_3\Delta_R$, ${}_2\Delta_R$, ottenuti

mediante i vari raggruppamenti, per la serie delle spose e per quella degli sposi. L'indice di cograduazione risulta :

tra i 10 valori di ${}_4\Delta'_R$ e di ${}_4\Delta''_R$, $= 0{,}72$
tra i 60 valori di ${}_3\Delta'_R$ e di ${}_3\Delta''_R$, $= 0{,}68$
tra i 180 valori di ${}_2\Delta'_R$ e di ${}_2\Delta''_R$, $= 0{,}66$

La cograduazione risulta dunque elevata, ma è in ogni modo lontana dal raggiungere il suo massimo ($= 1$). Ciò significa che, in molti casi, l'eseguire il raggruppamento delle s in $s - 1$ modalità, non ha lo stesso effetto sul valore della differenza media di due serie, un certo modo di eseguire il raggruppamento potendo portare, in confronto ad un altro modo, ad un valore più alto per una serie e più basso, invece, per una seconda serie. Si noti come la cograduazione diminuisca, nell'esempio considerato, col crescere del grado della riduzione, passando da ${}_4\Delta_R$ a ${}_3\Delta_R$ e a ${}_2\Delta_R$.

* * *

Date due serie sconnesse che contengono le stesse modalità (per es. gli abitanti secondo la religione in Italia e in Francia), la dissomiglianza tra le due serie si può desumere dalla somma dei quadrati delle differenze tra le frequenze relative che le varie modalità presentano nelle due serie (*).

Indicando con p'_i la frequenza relativa della modalità i in una serie, con p''_i la frequenza relativa della stessa modalità nella seconda serie, e con $\delta_i = p'_i - p''_i$ la loro differenza, si avrà

$$ {}_sD = \sum_{i=1}^{i=s} \delta_i^2. $$

Procedendo in modo analogo a quello seguito per la differenza media, si trova

$$ M\,({}_s{}_{-x}D) = {}_s{}_{-x}^{s}K\ {}_sD \qquad (6) $$

dove ${}_s{}_{-x}^{s}K$ ha il significato indicato dalla (4).

(*) Per altre misure della dissomiglianza tra due serie, cfr. *Di una misura della dissomiglianza tra due gruppi di quantità e delle sue applicazioni allo studio delle relazioni statistiche*, in «Atti del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti», Anno accademico 1914-15, Tomo LXXIV, Parte II, e *Nuovi contributi alla teoria delle relazioni statistiche*, « Ibidem ».

Gli $s\,(s-1)\,/2$ diversi valori che ${}_{s-1}D$ può assumere sono infatti i seguenti

$$
\begin{aligned}
&(\delta_1 + \delta_2)^2 + \delta_3^2 + \delta_4^2 + \ldots + \delta_s^2 ,\\
&(\delta_1 + \delta_3)^2 + \delta_2^2 + \delta_4^2 + \ldots + \delta_s^2 ,\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&(\delta_1 + \delta_s)^2 + \delta_2^2 + \delta_3^2 + \ldots + \delta^2{}_{s-1} ,\\
&(\delta_2 + \delta_3)^2 + \delta_1^2 + \delta_4^2 + \ldots + \delta_s^2 ,\\
&(\delta_2 + \delta_4)^2 + \delta_1^2 + \delta_3^2 + \ldots + \delta_s^2 ,\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&(\delta_2 + \delta_s)^2 + \delta_1^2 + \delta_3^2 + \ldots + \delta^2{}_{s-1} ,\\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\\
&(\delta_{s-1} + \delta_s)^2 + \delta_1^2 + \delta_2^2 + \ldots + \delta^2{}_{s-2} .
\end{aligned}
$$

I primi termini di ciascuna delle $s\,(s-1)\,/2$ somme si possono scrivere

$$
\begin{aligned}
&\delta_1^2 + \delta_2^2 + 2\,\delta_1\,\delta_2\\
&\delta_1^2 + \delta_3^2 + 2\,\delta_1\,\delta_3\\
&\ldots\ldots\ldots\\
&\delta^2{}_{s-1} + \delta_s^2 + 2\,\delta_{s-1}\,\delta_s ,
\end{aligned}
$$

e quindi la somma degli $s\,(s-1)\,/2$ diversi valori di ${}_{s-1}D$ è:

$$\frac{s\,(s-1)}{2}\sum_{i=1}^{i=s}\delta_i^2 + 2\,\Sigma\,\delta_i\,\delta_l \qquad (7)$$

dove $\Sigma\,\delta_i\,\delta_l$ indica la somma degli $s\,(s-1)\,/2$ prodotti diversi che si ottengono accoppiando a due a due gli s valori di δ_i.

Ora si trova facilmente

$$2\,\Sigma\,\delta_i\,\delta_l = \sum_{i=1}^{i=s}\sum_{l=1}^{l=s}\delta_i\,\delta_l - \sum_{i=1}^{i=s}\delta_i\,\delta_i .$$

Ed essendo

$$\sum_{i=1}^{i=s} p'_i = 1 \qquad \sum_{i=1}^{i=s} p''_i = 1 , \quad \text{è} \quad \sum_{i=1}^{i=s}\delta_i = 0 , \qquad \sum_{l=1}^{l=s}\delta_l = 0 ,$$

e quindi

$$\sum_{i=1}^{i=s}\sum_{l=1}^{l=s}\delta_i\,\delta_l = \sum_{i=1}^{i=s}\delta_i = 0 ,$$

risulta

$$2\,\Sigma\,\delta_i\,\delta_l = -\sum_{i=1}^{i=s}\delta_i^2 \qquad (8).$$

Dalla (7) e dalla (8) si ricava la

$$M\,({}_{s-1}D) = \left[1 - \frac{2}{s\,(s-1)}\right]{}_{s}D \qquad (9)$$

che è simile alla (3), da cui, generalizzando, si arriva alla (6).

* * *

Per verificare l'esattezza delle formule a cui siamo arrivati per l'indice di dissomiglianza, facciamone l'applicazione alle serie delle spose e degli sposi, distinti secondo la nazionalità, che hanno contratto matrimonio in Buenos Ayres nel periodo 1887-91. Le due serie sono state già date a pag. 9 e a pag. 14 rispettivamente: riportiamo ora i valori delle differenze $\delta_i = p'_i - p''_i$:

Nazionalità	Differenze nelle frequenze relative $\delta_i = p'_i - p''_i$
Argentina	0,134
Italiana	— 0,097
Spagnuola	— 0,026
Francese	0,003
Altre nazionalità	— 0,014
TOTALE . . .	0,000

L'indice di dissomiglianza per le serie di 5 modalità risulta

$${}_{5}D = 0{,}02848\,.$$

In base alla formula (6), il valore di $M\,({}_{4}D)$ deve risultare uguale a

$$M\,({}_{4}D) = (1 - 2/5{\cdot}4)\;{}_{5}D = {}_{5}D\;9/10 = 0{,}02563,$$

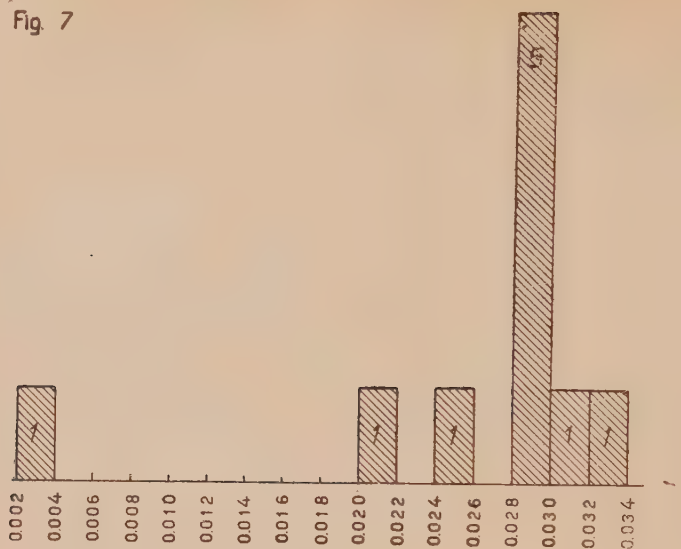
ed effettivamente tale risulta la media dei 10 valori di ${}_{4}D$:

0,00229 ; 0,02142 ; 0,02905 ; 0,02485 ; 0,03357 ;
0,02808 ; 0,03110 ; 0,02837 ; 0,02919 ; 0,02843.

Questi valori sono rappresentati nel diagramma tracciato

qui sotto (Fig. 7), di cui si avverte subito l'irregolarità. Il loro rapporto di concentrazione risulta = 14.8 %.

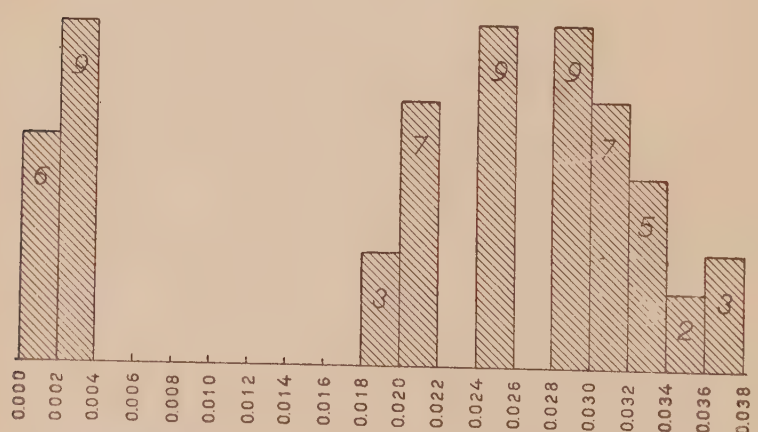
Fig. 7



Il diagramma successivo (Fig. 8) dà i 60 valori di ${}_3D$, la cui media risulta uguale a 0,02136, confermando il valore desunto dalla (6):

$$M\,({}_3D) = 5/6\,M\,({}_4D) = 0{,}02136.$$

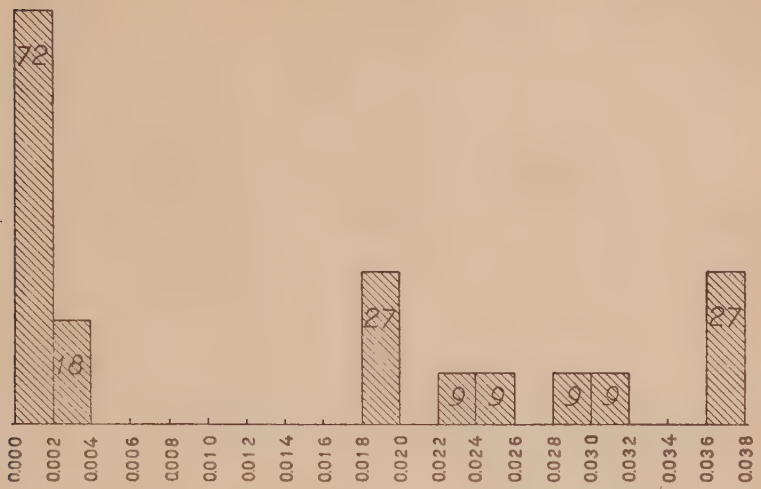
Fig 8



La irregolarità della distribuzione non è affatto diminuita. Il rapporto di concentrazione sale al 31.1 %.

Ancor più accentuata è la irregolarità della distribuzione dei 180 valori di ${}_2D$, qui sotto rappresentata (Fig. 9):

Fig. 9



La media di tali valori risulta 0,01424, confermando la esattezza della formula (6), in base alla quale si giunge appunto a detto risultato.

Quest'ultima distribuzione ha il valore massimo nella classe estrema. Il rapporto di concentrazione dei 180 valori di ${}_2D$ sale al 54,8 %.

Il confronto delle tre distribuzioni mostra che, per l'indice di dissomiglianza, non si può nemmeno dire quanto è vero per la differenza media, vale a dire che, se si ha un dato valore di ${}_iD$, tutti i valori di ${}_{i-1}D$ che si ottengono da esso, riunendo due delle s modalità, risultano inferiori a ${}_iD$ (*).

A più forte ragione poi tali valori di ${}_{i-1}D$ possono risultare non inferiori ad un altro valore di ${}_iD$, ottenuto pure sulle i modalità, ma differentemente raggruppate.

Effettivamente, dei 10 valori di ${}_4D$ (indicati a pag. 19), 6 risultano inferiori, ma 4 superiori al valore di ${}_5D$; dei 60 valori di ${}_3D$, 26 sono superiori al valore di M $({}_4D)$, e 50 sono superiori

(*) Infatti, se due modalità a e b si raggruppano in una sola modalità c, in modo che sia

$$(\delta_a + \delta_b)^2 = \delta_c^2 , \qquad \text{risulta} \qquad \delta_c^2 = \delta_a^2 + \delta_b^2 + 2\,\delta_a\,\delta_b ,$$

dove il termine $2\,\delta_a\,\delta_b$ in alcuni casi è positivo e in altri è negativo.

ad un valore di ${}_4D$; dei 180 valori di ${}_2D$, 63 risultano superiori al valore di M (${}_3D$), e 153, cioè circa gli 8/9, sono superiori ad un valore di ${}_3D$; e, infine, dei 180 valori di ${}_2D$, 45, cioè oltre i 2/9, sono superiori al valore di M (${}_4D$), e 108, cioè i 3/5, risultano superiori ad un valore di ${}_4D$.

Questi risultati fanno comprendere come, anche ai fini di determinare l'indice di dissomiglianza, abbia importanza decisiva il modo con cui vengono raggruppate le modalità di un carattere qualitativo, pur supponendo uguale il numero dei gruppi che con le modalità vengono costituiti.

* * *

Anche qui possiamo domandarci se il diverso modo di eseguire il raggruppamento tra le modalità ha, sui valori di D, un'influenza analoga a quella che ha sui valori di Δ_R. I valori degli indici di cograduazione tra i valori di D e quelli di Δ'_R e di Δ''_R mostrano che tale analogia è molto scarsa per i 10 valori di ${}_4D$, ${}_4\Delta'_R$, ${}_4\Delta''_R$, ma cresce col grado della riduzione. I valori dell'indice di cograduazione sono, infatti, rispettivamente :

tra i 10 valori: di ${}_4D$ e ${}_4\Delta'_R$ $= 0{,}32$; di ${}_4D$ e ${}_4\Delta''_R$ $= 0{,}12$
tra i 60 valori: di ${}_3D$ e ${}_3\Delta'_R$ $= 0{,}56$; di ${}_3D$ e ${}_3\Delta''_R$ $= 0{,}20$
tra i 180 valori: di ${}_2D$ e ${}_2\Delta'_R$ $= 0{,}77$; di ${}_2D$ e ${}_2\Delta''_R$ $= 0{,}57$.

* * *

Consideriamo infine una tavola di correlazione tra le modalità delle due serie, indicando, al solito, con p'_i la frequenza (relativa) della modalità i nella prima serie e, analogamente, con p''_i la sua frequenza (relativa) nella seconda serie, e con c_{il} la frequenza (relativa) delle combinazioni in cui figura la modalità i nella prima serie e la modalità l nella seconda serie.

Nel caso speciale in cui sia $i = l$, si ha concordanza rispetto alla modalità i, e la frequenza (relativa) delle combinazioni sarà indicata con R_i.

Le molteplici misure proposte per misurare la concordanza nelle combinazioni tra le modalità di due serie, partono tutte dal confronto tra le frequenze R_i, con cui nel fatto si presentano le combinazioni concordanti delle varie modalità, con le frequenze $p'_i\, p''_i$, con cui si dovrebbero presentare nell'ipotesi di

indipendenza. Il risultato di tale confronto è espresso dalla somma delle rispettive differenze, che indicheremo con

$$_sC = \sum_{i=1}^{i=s} R_i - \sum_{i=1}^{i=s} p'_i p''_i .$$

Ora è interessante rilevare che, anche in questo caso, è

$$M\,(_{s-1}C) = {}_{s-1}^{s}K\ {}_sC \qquad (10)$$

come passiamo a dimostrare.

Il procedimento non è diverso da quello seguito nei casi precedenti.

Per maggior chiarezza sarà bene però costruire la tabella di correlazione ad $s \cdot s$ modalità.

Serie seconda. Frequenze delle modalità:	Serie prima - Frequenze delle modalità: 1	2	3			s	Frequenze relative della seconda serie:
1	R_1	c_{21}	c_{31}			c_{s1}	p''_1
2	c_{12}	R_2	c_{32}			c_{s2}	p''_2
3	c_{13}	c_{23}	R_3			c_{s3}	p''_3
s	c_{1s}	c_{2s}	c_{3s}			R_s	p''_s
Frequenze relative della prima serie	p'_1	p'_2	p'_3			p'_s	1

Se noi raggruppiamo la modalità 1 con la 2, il valore di $_{s-1}C$ sarà dato dalla seguente somma di $s - 1$ termini

$$(R_1 + R_2 + c_{21} + c_{12}) - (p'_1 + p'_2)(p''_1 + p''_2) + R_3 - p'_3 p''_3 + \\ + R_4 - p'_4 p''_4 + \ldots + R_s - p'_s p''_s$$

di cui il primo termine può porsi sotto la forma

$$R_1 - p'_1 p''_1 + R_2 - p'_2 p''_2 + c_{12} - p'_1 p''_2 + c_{21} - p'_2 p''_1$$

Il valore di $_{s-1}C$ si può quindi porre sotto la forma

$$\sum_{i=1}^{i=s} (R_i - p'_i p''_i) + c_{12} - p'_1 p''_2 + c_{21} - p'_2 p''_1$$

Analogamente si ottengono gli altri valori di ${}_{s-1}C$ eseguendo i raggruppamenti delle modalità a due a due in tutti gli $s\,(s-1)/2$ diversi modi possibili

$$\sum_{i=1}^{i=s}(R_i - p'_i\,p''_i) + c_{13} - p'_1\,p''_3 + c_{31} - p'_3\,p''_1$$

. . . . . .

$$\sum_{i=1}^{i=s}(R_i - p'_i\,p''_i) + c_{1s} - p'_1\,p''_s + c_{s1} - p'_s\,p''_i$$

$$\sum_{i=1}^{i=s}(R_i - p'_i\,p''_i) + c_{23} - p'_2\,p''_3 + c_{32} - p'_3\,p''_2$$

. . . . . .

$$\sum_{i=1}^{i=s}(R_i - p'_i\,p''_i) + c_{2s} - p'_2\,p''_s + c_{s2} - p'_s\,p''_2$$

. . . . . .

$$\sum_{i=1}^{s}(R_i - p'_i\,p''_i) + c_{(s-1)s} - p'_{s-1}\,p''_s + c_{s(s-1)} - p'_s\,p''_{s-1}\,.$$

In ogni linea il primo termine è costante ed uguale a ${}_sC$.

Resta da determinare il valore della somma degli altri due termini che si può esprimere

$$\sum_{i=2}^{i=s} c_{1i} + \sum_{i=2}^{i=s} c_{i1} - \sum_{i=2}^{i=s} p'_1\,p''_i - \sum_{i=2}^{i=s} p'_i\,p''_i + \sum_{i=3}^{i=s} c_{2i} +$$

$$+ \sum_{i=3}^{i=s} c_{i2} - \sum_{i=3}^{i=s} p'_2\,p''_i - \sum_{i=3}^{i=s} p'_i\,p''_2 + \ldots +$$

$$+ c_{(s-1)s} + c_{s(s-1)} - p'_{s-1}\,p''_s - p'_s\,p''_{s-1}\,.$$

Si noti che i termini positivi di tale somma contengono i valori di c_{il} per $i \neq l$ e tutti i termini negativi contengono i rispettivi valori teorici in caso di indipendenza.

Detta somma può quindi porsi sotto la forma

$$(1 - \sum_{i=1}^{i=s} R_i) - (1 - \sum_{i=1}^{i=s} p'_i\,p''_i)$$

o anche

$$-(\sum_{i=1}^{i=s} R_i - \sum_{i=1}^{i=s} p'_i\,p''_i) = -{}_sC\,.$$

La somma degli $s\,(s-1)/2$ possibili valori di ${}_{s-1}C$ sarà quindi

$$[s\,(s-1)/2-1]\,{}_sC$$

e quindi la loro media $M\,({}_{s-1}C)$ sarà data dalla (10) *c. d. d.*

La (10) al solito si può generalizzare nella forma seguente

$$M\,({}_{s-x}C) = {}_{s-x}^{s}K\;{}_sC \qquad (11)$$

* * *

Verifichiamo le formule (10) e (12), applicandole all'esempio, precedentemente considerato, delle spose e degli sposi, distinti secondo la nazionalità, che hanno contratto matrimonio in Buenos Ayres nel periodo 1887-91.

Riportiamo a tal fine la tabella di correlazione originaria di $5 \cdot 5$ modalità

SPOSI	SPOSE					
	Argentine	Italiane	Spagnuole	Francesi	Di altri Stati	Totale
Argentini	3894	335	203	99	281	4812
Italiani	2191	6947	265	172	263	9838
Spagnuoli	839	142	2814	190	122	4107
Francesi	262	65	105	1093	80	1605
Di altri Stati . .	677	149	127	98	1224	2275
Totale . . .	7863	7638	3514	1652	1970	22637

La somma delle differenze tra le frequenze effettive e le teoriche delle combinazioni concordanti, risulta, per la tabella di $5 \cdot 5$ modalità,

$${}_5C = 0{,}443.$$

Il valore di $M\,({}_4C)$ per la tabella di correlazione a $4 \cdot 4$ modalità, risulta, in base alla formula (10)

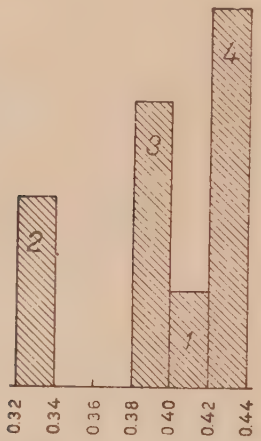
$$M\,({}_4C) = (1 - 2/4{\cdot}5)\;{}_5C = 0{,}399,$$

ed esso coincide con la media dei 10 valori di ${}_4C$:

0,332; 0,393 ; 0,419 ; 0,432 ; 0,332 ;
0,398 ; 0,389 ; 0,432 ; 0,423 ; 0,437.

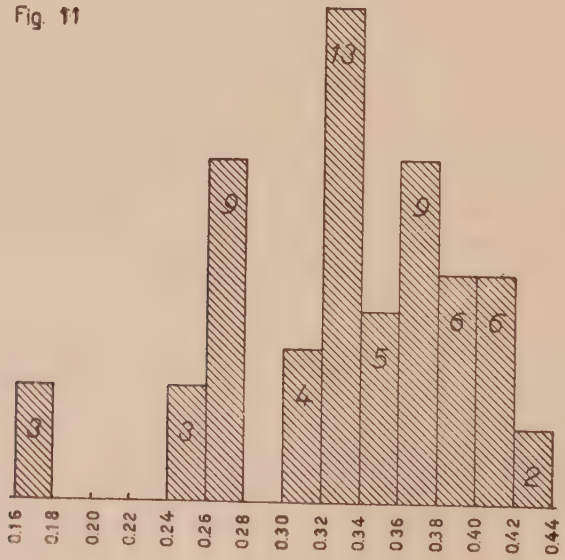
Questi valori sono rappresentati nel seguente diagramma (Fig. 10), la cui irregolarità è alquanto minore di quella delle distribuzioni relative agli indici precedentemente considerati. Il rapporto di concentrazione risulta = 8,2 %.

Fig. 10



Il diagramma che rappresenta i 60 valori di $_3C$ (Fig. 11). è anch'esso irregolare e asimmetrico, ma, a differenza degli altri,

Fig. 11



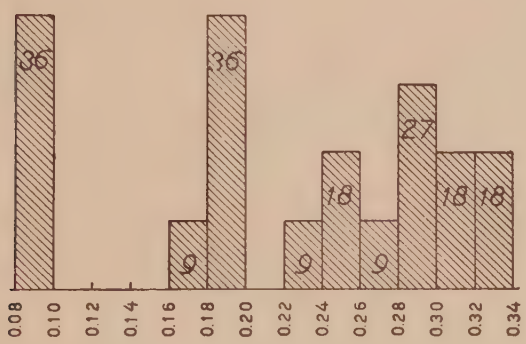
presenta la massima frequenza in corrispondenza alla classe 0,32-0,34, nella quale è compresa la media dei valori di ${}_3C$. Questa, uguale a 0,332, è in accordo col valore dedotto dalla formula (11) :

$$M\,({}_3C) = M\,({}_4C)\;5/6 = 0{,}332.$$

Il rapporto di concentrazione rispettivo sale al 14,9 %.

Diamo anche la rappresentazione dei 180 valori di ${}_2C$ (Fig. 12); la loro media risulta uguale a 0,222, valore che si può anche ottenere direttamente dalla (11). Il rapporto di concentrazione risulta = 26,3 %.

Fig. 12



Per la somma delle differenze tra le frequenze effettive e le frequenze teoriche delle combinazioni concordanti, non vale ciò che si è detto per la differenza media, per la quale, se si ha un dato valore di ${}_sC$, tutti i valori di ${}_{s-1}C$ che da esso si ottengono riunendo due delle s modalità, risultano inferiori a ${}_sC$ (*).

(*) Si noti a tal fine che il valore di $s-1\,C$, che si ottiene riunendo, per esempio, le modalità 1 e 2, è

$$s-1\,C = {}_sC + c_{12} - p_1'\,p_2'' + c_{21} - p_2'\,p_1''$$

e in tale espressione il termine

$$c_{12} - p_1'\,p_2'' + c_{21} - p_2'\,p_1''$$

può essere positivo o negativo.

I valori estremi di cil sono, infatti, $cil = 0$ e $cil = 1/2\,(p_i' + p_l'' - |\,p_i' - p_l''\,|)$, l'ultimo dei quali corrisponde alla minore delle due quantità p_i' , p_l'' .

Tenendo presente che è $0 < p_i' < 1$; $0 < p_l'' < 1$, si intende che, nel primo caso è $cil < p_i'\,p_l''$ e, nel secondo, invece, è $cil > p_i'\,p_l''$.

A maggior ragione poi tali valori di ${}_{s-1}C$ possono risultare non inferiori ad un altro valore di ${}_sC$, ottenuto pure sulle s modalità, ma differentemente raggruppate.

L'esame dei valori di ${}_4C$, ${}_3C$, ${}_2C$, ottenuti nell'esempio considerato, mostra però che, in questo caso, tutti i valori di ${}_4C$ sono minori di ${}_5C$, che similmente i 6 diversi valori di ${}_3C$, che si ottengono da un dato valore di ${}_4C$, risultano sempre a questo inferiori, e che infine i tre diversi valori di ${}_2C$, che si ottengono da un determinato valore di ${}_3C$, restano, essi pure, sempre al disotto del rispettivo valore di ${}_3C$.

Inoltre si riconosce che, dei 60 valori di ${}_3C$, 33, cioè oltre la metà, sono superiori ad un valore di ${}_4C$, e 8 risultano superiori al valore di $M\,({}_4C)$; dei 180 valori di ${}_2C$, di cui il minimo è 0,086, e il massimo 0,321, 135, cioè i 3/4, sono superiori ad un valore di ${}_3C$.

Si conclude che, per il valore di ${}_sC$, come per gli indici già considerati, ha grande importanza il modo con cui vengono raggruppate le modalità di un carattere qualitativo, anche supponendo che sia sempre uguale il numero dei gruppi che con le modalità si costituiscono.

* * *

Più sono alti i valori di Δ'_R e Δ''_R e più risulta alto il valore di C ; gli indici di cograduazione assumono infatti i seguenti valori che sono sempre positivi e molto elevati :

tra i 10 valori: di ${}_4C$ e ${}_4\Delta'_R = 0{,}64$; di ${}_4C$ e ${}_4\Delta''_R = 0{,}88$
tra i 60 valori: di ${}_3C$ e ${}_3\Delta'_R = 0{,}63$; di ${}_3C$ e ${}_3\Delta''_R = 0{,}91$
tra i 180 valori: di ${}_2C$ e ${}_2\Delta'_R = 0{,}60$; di ${}_2C$ e ${}_2\Delta''_R = 0{,}91$

Non vi è, invece, uniformità negli indici di cograduazione tra i valori di C e di D, per cui si ottengono gli indici seguenti :

tra i 10 valori di ${}_4C$ e ${}_4D = 0{,}—$
tra i 60 valori di ${}_3C$ e ${}_3D = 0{,}13$
tra i 180 valori di ${}_2C$ e ${}_2D = 0{,}53$

* * *

Tra gli indici di concordanza fra le modalità di due serie è, particolarmente noto (*) l'indice di rassomiglianza espresso dalla formula :

$$ {}_sS = \frac{\sum_{i=1}^{i=s} R_i - \sum_{i=1}^{i=s} p'_i \, p_i''}{\sqrt{\sum_{i=1}^{i=s} p_i' (1 - p_i') \cdot \sum_{i=1}^{i=s} p_i'' (1 - p_i'')}} . $$

Se si tengono presenti le formule (4) e (11), si può scrivere

$$ M ({}_{s-x}S) = {}_sS \qquad (12) $$

dove $M ({}_{s-x}S)$ indica la media ponderata dei diversi valori di ${}_{s-x}S$ in cui ad ogni ${}_{s-x}S$ si attribuisce un peso proporzionale al denominatore.

La (12) mette in luce una notevole proprietà dell'indice di rassomiglianza. Può dirsi che il raggruppamento delle modalità non esercita una influenza sistematica sul valore dell'indice di rassomiglianza per le serie sconnesse.

* * *

Passiamo a verificare la formula (12).

Facendo uso dei simboli noti, risulta

$$ {}_5S = \frac{{}_5C}{\sqrt{{}_5\Delta'_R \cdot {}_5\Delta''_R}} = \frac{0.443}{\sqrt{0.5230}} = 0.612 . $$

Se si riducono le modalità a 4, riunendole a due a due in tutti i modi possibili, si ottengono i seguenti valori di ${}_4S$:

$$ \frac{0,332}{0,513} = 0,647 ; \frac{0,393}{0,631} = 0,623 ; \frac{0,419}{0,683} = 0,613 ; \frac{0,432}{0,671} = 0,643 ; $$

$$ \frac{0,332}{0,591} = 0,561 ; \frac{0,398}{0,668} = 0,596 ; \frac{0,389}{0,650} = 0,598 ; \frac{0,432}{0,699} = 0,618 ; $$

(*) Cfr. *Indici di omofilia e di rassomiglianza*, § 8, in « Atti del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti », Anno accademico 1914-15, Tomo LXXIV, Parte II.

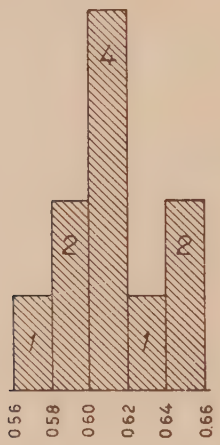
$$\frac{0,423}{0,691} = 0,612 \; ; \; \frac{0,437}{0,710} = 0,616 \cdot$$

La media ponderata di tali valori, attribuendo a ciascuno come peso il corrispettivo denominatore, è appunto

$$M\,({}_4S) = \frac{3,987}{6,507} = 0,612 \cdot$$

I 10 valori di ${}_4S$ sono rappresentati nel seguente diagramma (Fig. 13) :

Fig. 13



Calcolando i 60 valori di ${}_3S$, si trova che il minimo è uguale a 0,533, il massimo uguale a 0,688, e che la loro media ponderata risulta

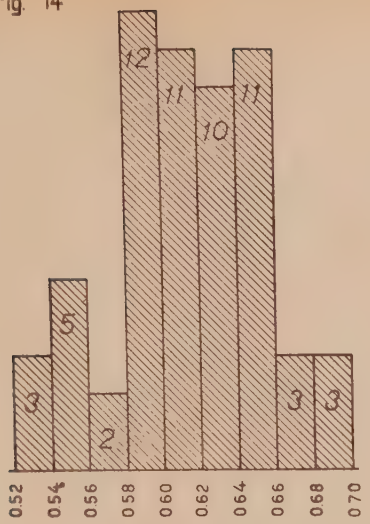
$$M\,({}_3S) = \frac{19,936}{32,562} = 0,612 \; ,$$

in conformità alla formula (12).

Le frequenze dei valori di ${}_3S$ sono rappresentate nel diagramma

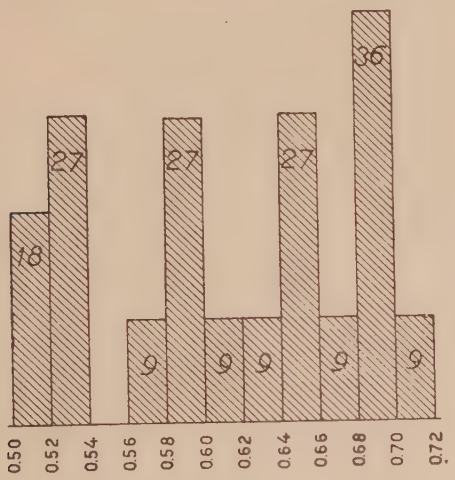
seguente (Fig. 14) :

Fig. 14



Passando da 3 a 2 modalità, si ottengono i 180 valori di ${}_2S$ rappresentati nel diagramma seguente (Fig. 15) :

Fig. 15



e per i quali la media ponderata

$$M\,({}_2S) = \frac{39{,}872}{64{,}952} = 0{,}612\,,$$

ha, in armonia con la formula (12), lo stesso valore di $M\,({}_4S)$ e $M\,({}_3S)$.

Confrontando le tre distribuzioni, di irregolarità abbastanza pronunciata, si riscontra che i valori dell'indice di rassomiglianza, hanno un campo di variazione molto più piccolo di quello dei valori della differenza media e dell'indice di dissomiglianza e anche di quello dei valori di ${}_5C$. I rapporti di concentrazione risultano pure minori:

per i 10 valori di ${}_4S$ = 5,0 %
per i 60 valori di ${}_3S$ = 9,4 %
per i 180 valori di ${}_2S$ = 15,3 %

* * *

Per ciò che concerne le relazioni tra i valori di S e i valori di Δ_R che si ottengono in base agli stessi raggruppamenti delle modalità, esse sono misurate dagli indici di cograduazione che seguono:

tra i 10 valori: di ${}_4S$ e di ${}_4\Delta'_R = -0{,}28$; di ${}_4S$ e di ${}_4\Delta''_R = 0{,}04$
tra i 60 valori: di ${}_3S$ e di ${}_3\Delta'_R = -0{,}19$; di ${}_3S$ e di ${}_3\Delta''_R = 0{,}18$
tra i 180 valori: di ${}_2S$ e di ${}_2\Delta'_R = -0{,}23$; di ${}_2S$ e di ${}_2\Delta''_R = 0{,}12$

La cograduazione risulta pertanto sempre positiva tra l'indice di rassomiglianza e l'indice di variabilità degli sposi, e invece, sempre negativa tra l'indice di rassomiglianza e l'indice di variabilità delle spose. Tale differenza non dipende da ragioni teoriche, chè l'indice di rassomiglianza è simmetrico rispetto agli indici di variabilità delle due serie; dipende pertanto da ragioni particolari all'esempio considerato.

Positiva, ma non elevata, risulta la cograduazione tra i valori di C e di S. L'indice di cograduazione assume i valori seguenti:

tra i 10 valori di ${}_4C$ e ${}_4S = 0{,}16$
tra i 60 valori di ${}_3C$ e ${}_3S = 0{,}26$
tra i 180 valori di ${}_2C$ e ${}_2S = 0{,}17$

Infine la cograduazione tra i valori di D e di S risulta sempre negativa. Il valore dell'indice di cograduazione risulta infatti:

tra i 10 valori di ${}_4D$ e ${}_4S = -0{,}56$
tra i 60 valori di ${}_3D$ e ${}_3S = -0{,}58$
tra i 180 valori di ${}_2D$ e ${}_2S = -0{,}32$

Tale risultato è in accordo con la teoria, in quanto l'indice di rassomiglianza può raggiungere il suo massimo teorico = 1, solo quando le due serie sono simili, e, quando ciò non avvenga, può

raggiungere, nel caso concreto, un massimo che resta inferiore alla unità tanto più quanto maggiore è la dissomiglianza tra le due serie (*).

Riassunto

In questa nota si è esaminata l'influenza che il raggruppamento delle modalità delle serie sconnesse esercita sui valori :

a) della differenza media, che, in questo caso, coincide con lo scostamento semplice medio ;

b) dell'indice di dissomiglianza tra due serie, desunto dalla somma dei quadrati delle differenze tra le frequenze relative delle modalità corrispondenti delle due serie ;

c) della somma delle differenze (in valore assoluto) tra le frequenze effettive e le frequenze teoriche delle combinazioni delle varie modalità ;

d) dell'indice di rassomiglianza.

Si è dimostrato che il raggruppamento delle s modalità di una serie in $s - x$ gruppi non esercita alcuna influenza sistematica sul valore di *d*) ed esercita, invece, sui valori di *a*), *b*) e *c*), un'influenza sistematica che risulta uguale per i tre indici.

Si intende con ciò che, se si raggruppano, in tutti gli $s\,(s-1)\,/\,2$ modi possibili due delle s modalità della *serie primitiva* dando luogo a $s\,(s-1)\,/2$ serie diverse, aventi ciascuna $s-1$ modalità o gruppi di modalità (dette serie *ridotte in primo grado*), e successivamente, in ognuna delle serie ridotte in primo grado così ottenute, si raggruppano, in tutti gli $(s-1)\,(s-2)\,/2$ modi possibili, due delle $s-1$ modalità o gruppi di modalità (dando luogo complessivamente a $\frac{s(s-1)^2\,(s-2)}{2^2}$ serie di $s-2$ modalità, dette serie *ridotte in secondo grado*) e così via, fino ad ottenere

$$X = \prod_{i=0}^{i=x} (s-i)^2/2^x\; s\,(s-x)$$

serie ridotte in x^{mo} grado, aventi ciascuna $s - x$ modalità o gruppi di modalità, la media degli X valori corrispondenti alle X serie ridotte in x^{mo} grado, che si ottengono per l'indice *a*) o per l'indice *b*) o per l'indice *c*), sta, col valore che si ottiene per l'indice rispettivo della

(*) Cfr. *Nuovi contributi*, ecc., op. citata, § 10.

serie primitiva di s modalità, in una relazione che è uniforme per i tre indici e che è indicata dalla formula (5).

Gli X valori ottenuti per un dato indice, in corrispondenza ai vari raggruppamenti possibili in una riduzione di x^{mo} grado, non sono però tutti uguali tra loro, ma anzi presentano una notevole variabilità, molto più alta per gli indici *a*), *b*) e *c*) che per l'indice *d*).

Tutto ciò che si può dire è che, se si raggruppano nei vari modi possibili due modalità, il valore dell'indice *a*) per ciascuna delle serie ridotte in primo grado così ottenute, risulta inferiore al suo valore per la serie primitiva, e analogamente il valore dell'indice *a*) per ciascuna delle serie ridotte in grado i^{mo} risulta inferiore al suo valore per la serie ridotta di grado $(i - 1)^{mo}$ da cui dette serie di grado i^{mo} sono state ricavate, pur potendo essere inferiore o superiore al valore corrispondente ad un'altra serie ridotta di grado $(i - 1)^{mo}$. In altre parole, l'operazione della riduzione di un grado, eseguita su una data serie, determina in ogni caso un abbassamento dell'indice *a*). Per gli indici *b*) e *c*) non si può invece affermare neppure questo, il loro valore potendo essere, per una serie ridotta di grado i^{mo}, inferiore o superiore al rispettivo valore per la serie ridotta di grado $(i - 1)^{mo}$ da cui quella di grado i^{mo} è stata ricavata mediante il raggruppamento di due modalità.

Neppure è detto che, se, per una serie primitiva A, un determinato raggruppamento delle s modalità in $s - x$ modalità o gruppi di modalità porta, in confronto ad un raggruppamento diverso, ad un valore più elevato dell'indice *a*), esso porti ad un valore più elevato dello stesso indice *a*) anche per una serie primitiva B, oppure porti ad un valore più elevato dell'indice *b*) o dell indice *c*) o dell'indice *d*) tra le due serie A e B. Così che può affermarsi che il modo di raggruppare le modalità, anche risultando uguale il numero delle modalità o gruppi di modalità, può esercitare un'influenza diversa sui valori dei diversi indici considerati.

Da tutto ciò discende che la massima prudenza si impone nel confrontare gli indici di variabilità, di dissomiglianza e di rassomiglianza relativi a serie sconnesse quando dette serie presentano un numero diverso di modalità, o anche quando esse presentano lo stesso numero di modalità, ma queste sono state ottenute con raggruppamenti diversi.

H. KOEPPLER

Das Wahrscheinlichkeitsgesetz zweier wahrer einander zugeordneten Fehler und einige mit diesem zusammenhängende Betrachtungen

Selbst bei Durchsicht einer grösseren Zahl von Werken der höheren Wahrscheinlichkeitsrechnung, der Ausgleichungsrechnung und der Korrelationstheorie vermag man nur wenig über die selbständige Darstellung des Wahrscheinlichkeitsgesetzes zweier oder gar mehrerer zu einander gehörenden Fehler oder Abweichungen von ihren wahren Werten zu finden.

Schon die Darstellungen, die das Gesetz eines wahren Fehlers betreffen, treten nur vereinzelt auf. Der Verfasser dieser Arbeit hat daher bisher auch nur einige eingehendere Darstellungen des Exponentialgesetzes der wahren Fehler einer Beobachtungs- oder Messungsgrösse gefunden. Die eine ist schon von LAPLACE (1) gegeben worden. Weitere Darstellungen haben POISSON (2) und BESSEL (3) gezeigt. Diese Darstellungen können als Verallgemeinerungen der LAPLACE'schen Methode angesehen werden. Während BESSEL das Wahrscheinlichkeitsgesetz des wahren Fehlers aufstellt, berechnet aber POISSON, dass die Beobachtungsgrösse bei n Versuchen zwischen $c - \varepsilon$ und $c + \varepsilon$ liegt. Auch die Theorie von BIENAYMÉ (4) kann in ihren Grundbetrachtungen als eine Theorie der wahren Fehler angesehen werden. Eine schwierige Untersuchung über das Fehlergesetz hat M. W. CROFTON (5) angestellt. Eine sich durch Einfachheit auszeichnende Darstellung hat Dr. FOERSTER (6) gefunden. Alle diese Darstellungen des Exponentialgesetzes sind jedoch in Hinsicht auf die Berechnung der Präzision unvollkommen und erfordern daher weitere Annahmen, die, nachdem man das GAUSS'sche Gesetz kennt, am

besten auf das letztere und somit auf die Hypothese vom arithmetischen Mittel gestützt werden. Die einfachste Darstellung scheint sohin die Gauss'sche in Verbindung mit der von Helmert (7) gegebenen Vervollkommnung, welche die Präzision des Gesetzes der wahren Fehler betrifft, zu sein. Eine Uebertragung der von Helmert gegebenen Darstellung auf einen Fall von 2 oder mehr Variablen hat der Verfasser bisher nirgends bemerkt. Auf einfacher Ueberlegung, bezichungsweise auf oberflächlicher Uebertragung der Helmert'schen Berechnung auf den Fall zweier Variablen beruhen z. B. die Dartsellungen von Coolidge (8). Das Fehlergesetz für je 2 einander zugeordnete Fehler oder Abweichungen wird manchmal auch als das Gauss'sche bezeichnet, weil es ebenfalls auf der Hypothese vom arithmetischen Mittel beruht. Viele bezeichnen dieses Gesetz als jenes von Bravais, um dessen Schrift sich der Verfasser bisher leider vergebens bemüht hat. Offenbar am eingehendsten hat diesen Gegenstand im hier gedachten Sinn aber Bertrand (9) bearbeitet. Ferner sei auch auf die Werke von Schols, Czuber, Wellisch, Poincaré, Sabudski- Ritter von Eberhard, Hack, Jordan, Wirth, Darmois, Burileano, Castelnuovo, Elderton (10) aufmerksam gemacht. Auch darf nicht vergessen werden, dass schon Laplace (s. a. a. O.) das richtige Fehlergesetz für 2 Variable aufgestellt hat und zwar in der Weise, dass man es zunächst als das Gesetz zweier wahrer Fehler ansehen kann.

1. Mit Rücksicht auf die häufige Behandlung des Gesetzes zweier scheinbaren Fehler kann man dasselbe und seine Herleitung als bekannt voraussetzen. Dagegen dürfte die sicherlich bisher nur selten gegebene Ausdehnung der Helmert'schen Darstellung auf 2 Variable von einigem Interesse sein.

Für zwei scheinbare Fehler besteht das Bravais'sche Gesetz

$$P(x, y)\, d\,x\, d\,y = \frac{\sqrt{D}}{\pi}\, e^{-(h_{11}x^2 + 2h_{12}xy + h_{22}y^2)}\, d\,x\, d\,y. \quad (D = h_{11}\,h_{22} - h^2_{12})$$

Nach Helmert möge angenommen werden, dass das Gesetz zweier zusammengehörigen wahrer Fehler u und v dieselbe Form mit den anderen Konstanten a_{11}, a_{22} a_{12} habe, also

$$F(u, v)\, d\,u\, d\,v = \frac{\sqrt{A}}{\pi}\, e^{-(a_{11}u^2 + 2a_{12}uv + a_{22}v^2)}\, d\,u\, d\,v \quad (A = a_{11}\,a_{22} - a^2_{12})$$

laute.

Es sei nun

$$u = x + \lambda \text{ und } v = y + \mu,$$

wobei x und y die scheinbaren Fehler der Beobachtungsgrösse und λ und μ die Fehler im arithmetischen Mittel der Beobachtungsgrösse bedeuten sollen. Nach der Hypothese vom arithmetischen Mittel weiss man sogleich, dass bei Vorhandensein von n Beobachtungsgrössen

$$S(u^2) = S(x^2) + 2\,S(x)\,\lambda + n\,\lambda^2 = S(x^2) + n\,\lambda^2$$
$$S(v^2) = S(y^2) + 2\,S(y)\,\mu + n\,\mu^2 = S(y^2) + n\,\mu^2.$$

Ferner findet man

$$\begin{aligned} S(u, v) = S[(x + \lambda), (y + \mu)] &= S(x\,y) + \lambda\,y + x\,\mu + \lambda\,\mu) \\ &= S(x\,y) + \lambda\,S(y) + \mu\,S(x) + n\,\lambda\,\mu \\ &= S(x\,y) + n\,\lambda\,\mu\,. \end{aligned}$$

Das Produkt der Wahrscheinlichkeitsgesetze der n Paare wahrer Fehler

$$\frac{A^{\frac{n}{2}}}{\pi^n}\, e^{-(a_{11}S(u^2) + 2a_{12}S(u\,v) + a_{22}S(v^2)}\, d\,n_1\, d\,u_2 \ldots d\,u_n\, d\,v_1\, d\,v_2 \ldots d\,v_n$$

geht durch Einführung der für $S(u^2)$, $S(v^2)$, $S(u\,v)$ ermittelten Werte über in

$$\frac{A^{\frac{n}{2}}}{\pi^n}\, e^{-(a_{11}S(x^2) + 2a_{12}S(x\,y) + a_{22}S(y^2) - n(a_{11}\lambda^2 + 2a_{12}\lambda\,\mu + a_{22}\mu^2)} \prod_{i=1}^{i=n} d\,u_i \prod_{i=1}^{i=n} d\,v_i.$$

Aus den Gleichungen

$$u_i = x_i + \lambda \quad \text{und} \quad v_i = y_i + \mu$$

folgt

$$S(u) = S(x) + n\,\lambda = n\,\lambda \quad \text{und} \quad S(v) = S(y) + n\,\mu = n\,\mu,$$

mithin ist allgemein

$$u_i = x_i - \frac{S(u)}{n} \text{ und } v_i = y_i - \frac{S(v)}{n}.$$

Wenn man für die $(n - 1)$ ersten Fehlerpaare λ und μ auf Grund der Gleichungen $u_i = x_i + \lambda$ und $v_i = y_i + \mu$ als konstant ansieht, weil $\lambda = \frac{S(u)}{n}$ und $\mu = \frac{S(v)}{n}$, so erhält man ohne weiteres

$$d\,u_i = d\,x_i,\; d\,v_i = d\,y_i$$

und damit

$$\prod_{i=1}^{i=n-1} d\,u_i = \prod_{i=1}^{i=n-1} d\,x_i,\quad \prod_{i=1}^{i=n-1} d\,v_i = \prod_{i=1}^{i=n-1} d\,y_i.$$

Aus den Gleichungen

$$S\,(u) = n\,\lambda\,,\quad S\,(v) = n\,\mu$$

erhält man aber weil λ auch eine Funktion von u_n und μ auch eine Funktion von v_n ist,

$$1 = n\,\frac{\partial\,\lambda}{\partial\,u_n},\quad 1 = n\,\frac{\partial\,\mu}{\partial\,v_n}.$$

Hiernach ist aber

$$\prod_{i=1}^{i=n} d\,u_i = \prod_{i=1}^{i=n-1} d\,x_i\,n\,d\,\lambda\,,\quad \prod_{i=1}^{i=n} d\,v_i = \prod_{i=1}^{i=n-1} d\,y_i\,n\,d\,\mu.$$

Durch diese Vorkehrungen ergibt sich somit

$$\frac{n^2\,A^{\frac{n}{2}}}{\pi^n}\,e^{-(a_{11}\,S\,(x^2)\,+\,2\,a_{12}\,S\,(x\,y)\,+\,a_{22}\,S\,(y^2))\,-\,n\,(a_{11}\,\lambda^2\,+\,2\,a_{12}\,\lambda\,\mu\,+\,a_{22}\,\mu^2)}$$

$$\prod_{i=1}^{i=n-1} d\,x_i\,d\,y_i\,.\,d\,\lambda\,d\,\mu.$$

Um aus diesem Ausdruck das Gesetz der wahren Fehler im arithmetischen Mittel, welches lautet

$$\frac{\sqrt[n]{A}}{\pi}\,e^{-n\,(a_{11}\,\lambda^2\,+\,2\,a_{12}\,\lambda\,\mu\,+\,a_{22}\,\mu^2)}\,d\,\lambda\;d\,\mu$$

herzuleiten, setze man zunächst

$$a_{11}\,x^2 + 2\,a_{12}\,x\,y + a_{22}\,y^2 = \frac{(a_{11}\,a_{22} - a^2_{12})\,x^2 + (a_{22}\,y + a_{12}\,x)^2}{a_{22}}$$

$$= \frac{A}{a_{22}}\,x^2 + a_{22}\,(y + \frac{a_{12}}{a_{22}}\,x)^2$$

$$= \frac{A}{a_{22}}\,x^2 + a_{22}\,z^2\,,$$

so wird

$$a_{11}\,S\,(x^2) + 2\,a_{12}\,S\,(x\,y) + a_{22}\,S\,(y^2) = \frac{A}{a^{22}}\,S\,(x^2) + a_{22}\,S\,(z^2).$$

Es handelt sich nun darum, den Ausdruck

$$\frac{n A^{\frac{n-1}{2}}}{\pi^{n-1}} e^{-\frac{A}{a_{22}} S(x_i^2) - a_{22} S(z_i^2)} \prod_{i=1}^{i=n-1} d x_i d z_i$$

durch $2(n-1)$ fache Integration fortzuschaffen. Bevor wir aber diese vornehmen, haben wir noch zu untersuchen, dass die neu eingeführten Fehler z_i dieselbe Eigenschaft wie die natürlichen wahrscheinlichen Fehler haben, $\partial . h .$ man hat sich zu überzeugen, dass, wegen $S(x) = S(y) = 0$,

auch $$S(z) = S(y) + \frac{a_{12}}{a_{22}} S(x) = 0.$$

Setzt man demnach

$$x_n = -x_1 - x_2 - x_3 - \ldots - x_{n-1}$$

und

$$z_n = -z_1 - z_2 - z_3 - \ldots - z_{n-1},$$

so folgt

$$S(x^2) = 2(x_1^2 + x_2^2 + \ldots + x^2_{n-1} + x_1 x_2 + x_1 x_3 + \ldots + x_{n-2} x_{n-1}) = F(x_i \cdot x_k)$$

$$S(z^2) = 2(z_1^2 + z_2^2 + \ldots + z^2_{n-1} + z_1 z_2 + z_1 z_3 + \ldots + z_{n-2} z_{n-1}) = F(z_i \cdot z_k)$$

Wie wohl TODHUNTER (11) als erster allgemeiner gezeigt hat, besteht die Bezichnung des $(n-1)$ fachen Integrals

$$\int_{-\infty}^{\infty}_{(n-1)} e^{-h^2 F(t_i t_k)} \prod_{i=1}^{i=n-1} d t_i = \frac{\pi^{\frac{n-1}{2}}}{h^{n-1}\sqrt{n}},$$

auf die wir später noch zurückkommen werden. Mithin folgt

$$\frac{\pi^{\frac{n-1}{2}} \pi^{\frac{n-1}{2}}}{\left(\sqrt{\frac{A}{a_{22}}}\right)^{n-1} \sqrt{n} \, (\sqrt{a_{22}})^{n-1} \sqrt{n}} = \frac{\pi^{n-1}}{A^{\frac{n-1}{2}} n}.$$

Man erhält also in der Tat das oben angegebene Gesetz der wahren Fehler im arithmetischen Mittel.

Da die wahrscheinlichen Fehler genau berechnete Abschnitte zwischen den Beobachtungen und ihrem arithmetischen Mittel sind, mag es nicht Jedem zusagen, diese bekannten Grössen, nach-

dem man sie durch Elimination eines wahrscheinlichen Fehlers, wie man zu sagen pflegt, von einander unabhängig gemacht hat, als integrabel zu betrachten.

Da $$S(x^2) = S(u) - n\lambda = 0,$$

so kann man

$$u_n = -u_1 - u_2 - \ldots - u_{n-1} + n\lambda$$

und

$$d u_n = n\, d\lambda$$

setzen. Ferner findet man

$$u_n^2 = u_1^2 + u_2^2 + \ldots + u^2_{n-1} + n^2\lambda^2 + 2u_1u_2 + 2u_1u_3 + \\ + 2u_{n-2}u_{n-1} - 2n(u_1 + u_2 + \ldots + u_{n-1})\lambda.$$

Setzt man aber diesen Wert in $S(u^2)$ ein, so folgt

$$S(u^2) = 2u_1^2 + 2u_2^2 + \ldots + 2n^2_{n-1} + n^2\lambda^2 + 2u_1u_3 + \\ + 2u_1u_3 + \ldots - 2nu_1\lambda + 2u_2u_3 + \ldots - 2nu_2\lambda$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

Zur Abkürzung noch

$$\sqrt{\frac{A}{a_{22}}}\, u_i = \xi_i \quad \text{und} \quad \sqrt{\frac{A}{a_{22}}}\,\lambda = \xi_n$$

setzend, erhalten wir aus

$$\frac{A^{\frac{n}{2}}}{\pi^n} e^{-(a_{11}S(u^2) + 2a_{12}S(uv) + a_{22}S(v^2))} \prod_{i=1}^{i=n} d u_i\, d v_i$$

$$= \frac{A^{\frac{n}{2}}}{\pi^n} e^{-\frac{A}{a_{22}}S(u^2) - a_{22}S(z^2)} \prod_{i=1}^{i=n} d u_i\, d z_i,$$

wobei $$z_i^2 = \left(v_i + \frac{a_{12}}{a_{22}} u_i\right)^2$$

gesetzt wurde, einerseits

$$\frac{A^{\frac{n}{2}}}{a_{22}^{\frac{n}{2}}\,\pi^{\frac{n}{2}}} e^{-\frac{A}{a_{22}}S(u^2)} \prod_{i=1}^{i=n} d u_i = \frac{n}{\pi^{\frac{n}{2}}} e^{-F_1} \prod_{i=1}^{i=n} d\varepsilon_i.$$

Dabei bedeutet

$$F_1 = 2\,\xi_1^2 + 2\,\xi_2^2 + \ldots + n^2\,\xi_n^2$$
$$+ 2\,\xi_1\,\xi_2 + 2\,\xi_1\,\xi_3 + \ldots - 2\,n\,\xi_1\,\xi_n$$
$$+ 2\,\xi_2\,\xi_3 + \ldots - 2\,n\,\xi_2\,\xi_n$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$- 2\,n\,\xi_{n-1}\,\xi_n\,.$$

Um aus diesem Ausdruck die Wahrscheinlichkeit von $\xi_n = \sqrt{\frac{A}{a_{22}}}\,\lambda$ herzuleiten, bringe man die ganze homogene Funktion $F_1 = \Sigma\, a_{i,k}\xi_i\,\xi_k$ auf die Form

$$F_1 = \sum_{i=1}^{i=n} B_i\,\varphi_i^2\,,$$

in welcher nach TODHUNTER oder DIENGER (10,*b*)

$$\varphi_i = \xi_i + \alpha_{i,i+1}\,\xi_{i+1} + \ldots + \alpha_{i,n}\,\xi_n$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\varphi_n = \xi_n$$

ist, und B_i den Wert

$$B_i = \frac{D_i}{D_{i-1}}$$

hat. D_i und D_{i-1} sind Determinanten von der Form

$$D_i = \begin{vmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \ldots & a_{1,i} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \ldots & a_{2,i} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{i,1} & a_{i,2} & \ldots & a_{i,i} \end{vmatrix}.$$

Um $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_{n-1}$ alle nur möglichen Werte zu erteilen, hat man

$$\frac{1}{(\sqrt{\pi})^{n-1}} \int_{-\infty}^{\infty}{}_{(n-1)} e^{-\sum_1^{n-1} B_i \varphi_i^2} \prod_1^{n=1} d\,\varphi_j = \frac{1}{(\sqrt{\pi})^{n-1}} \frac{(\sqrt{\pi})^{n-1}}{\sqrt{B_1\,B_2 \ldots B_{n-1}}} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{D_1 \frac{D_2}{D_1} \frac{D_3}{D_2} \cdots \frac{D_{n-1}}{D_{n-2}}}} = \frac{1}{\sqrt{D_{n-1}}}$$

zu setzen. Man erhält nun die Wahrscheinlichkeit von

$$\varphi_n = \xi\, n = \sqrt{\frac{A}{a_{22}}}\ \lambda$$

in der Form

$$P(\lambda)\, d\lambda = \frac{n}{\sqrt{\pi}\ \sqrt{D_{n-1}}} \sqrt{\frac{A}{a_{22}}}\ e^{-\frac{D\,n}{n-1}\,\frac{A}{a_{22}}\,\lambda^2}\ d\lambda\,.$$

Aus Berechnungen für $n = 2$, $n = 3$, usw. ersieht man, dass

$$D_n = n^2\,,\ D_{n-1} = n\,,$$

und erhält damit endgültig

$$P(\lambda)\, d\lambda = \frac{\sqrt{n\,A}}{\sqrt{\pi\, a_{22}}}\ e^{-\frac{n\,A}{a_{22}}\,\lambda^2}\ d\lambda\,.$$

Auf dieselbe Weise findet man andererseits, wenn man

$$\frac{a_{22}^{\frac{n}{2}}}{\pi^{\frac{n}{2}}}\ e^{-a_{22}\,S(z^2)} \prod_{i=1}^{i=n} d\,z_i = \frac{n}{\pi^{\frac{n}{2}}}\ e^{-F_2} \prod_{i=1}^{i=n} d\,\eta_i$$

setzt, wobei $\sqrt{a_{22}}\ z_i = \eta_i$ und $\sqrt{a_{22}}\ \mu = \eta_n$ und folglich

$$\begin{aligned} F_2 = {} & 2\,\eta_1^2 + 2\,\eta_2^2 + \ldots + n^2\,\eta_n^2 \\ & + 2\,\eta_1\,\eta_2 + 2\,\eta_1\,\eta_3 + \ldots - 2\,n\,\eta_1\,\eta_n \\ & + 2\,\eta_2\,\eta_3 \ldots . - 2\,n\,\eta_2\,\eta_n \\ & \ldots\ldots\ldots\ldots \\ & \ldots\ldots\ldots\ldots \\ & - 2\,n\,\eta_{n-1}\,\eta_n \end{aligned}$$

sein mag, die Wahrscheinlichkeit

$$P(\nu)\, d\nu = \frac{n\sqrt{a_{22}}}{\sqrt{\pi}\ \sqrt{D_{n-1}}}\ e^{-\frac{D\,n}{D_{n-1}}\,a_{22}\nu^2}\ d\nu$$

$$= \frac{\sqrt{n\,a_{22}}}{\sqrt{\pi}}\ e^{-n\,a_{22}\nu^2}\ d\nu\,.$$

Den künstlich geschaffenen Fehler ν ermittele man aus der Gleichung

$$S(w) = S(z) - n\nu = S\left(v + \frac{a_{12}}{a_{22}}\,u\right) - n\nu = 0$$

$$= S(v) + \frac{a_{12}}{a_{22}} S(u) - n\nu = 0 .$$

Ist nun

$$S(u) - n\lambda = 0 , \; S(v) - n\mu = 0 ,$$

so folgt

$$n\mu + \frac{a_{12}}{a_{22}} n\lambda = n\nu \text{ oder } \nu = \mu + \frac{a_{12}}{a_{22}} \lambda .$$

Da man $d\nu = d\mu$ setzen kann, so findet man ferner aus der Wahrscheinlichkeit $P_{(\nu)}\, d\nu$ die Wahrscheinlichkeit

$$P\left(\mu + \frac{a_{12}}{a_{22}}\lambda\right) d\mu = \frac{\sqrt{n a_{22}}}{\sqrt{\pi}} e^{-n a_{22}\left(\mu + \frac{a_{12}}{a_{22}}\lambda\right)^2} d\mu .$$

Endlich ergibt sich für die Wahrscheinlichkeit $P(\lambda, \mu)\, d\lambda\, d\mu$ der Ausdruck

$$P(\lambda, \mu)\, d\lambda\, d\mu = \frac{\sqrt{n A}}{\sqrt{\pi a_{22}}} \frac{\sqrt{n a_{22}}}{\sqrt{\pi}} e^{-\frac{n A}{a_{22}}\lambda^2 - n a_{22}\left(\mu + \frac{a_{12}}{a_{22}}\lambda\right)^2} d\lambda\, d\mu$$

$$= \frac{n\sqrt{A}}{\pi} e^{-n(a_{11}\lambda^2 + 2a_{12}\lambda\mu + a_{22}\mu^2)} d\lambda\, d\mu .$$

Umgekehrt erhält man, indem man λ und μ alle nur möglichen Werte erteilt, so dass man

$$\frac{n\sqrt{A}}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} e^{-n(a_{11}\lambda^2 + 2a_{12}\lambda\mu + a_{22}\mu^2)} d\lambda\, d\mu = 1$$

zu setzen hat, den Ausdruck

$$\Omega = \frac{n A^{\frac{n-1}{2}}}{\pi^{n-1}} e^{-(a_{11} S(x^2) + 2a_{12} S(xy) + a_{22} S(y^2))} \prod_{i=1}^{i=n-1} d x_i\, d y_i$$

übrig.

In Analogie zu der HELMERT'schen Darstellung für eine Fehlerart wären in dem Ausdruck

$$\Omega = \frac{n A^{\frac{n-1}{2}}}{\pi^{n-1}} e^{-(a_{11} S(x^2) + 2a_{12} S(xy) + a_{22} S(y^2))} \prod_{i=1}^{i=n-1} d x_i\, d y_i$$

die Konstanten a_{11}, a_{22}, a_{12} derart zu bestimmen, dass derselbe ein Maximum wird. Nennen wir diese Konstanten allgemein a_k

und die zugehörige Summe S_k, so hat man also nach der Theorie der Minima und Maxima die Null gesetzten Differentialquotienten

$$\Omega\left(\frac{n-1}{2A}\,\frac{\partial A}{\partial a_k} - S_k\right) = 0$$

aufzustellen. Man erhält auf diese Weise

$$\frac{n-1}{2A}\,\frac{\partial A}{\partial a_{11}} = S(x^2)\,,\ \frac{n-1}{2A}\,\frac{\partial A}{\partial a_{22}} = S(y^2)\,,\ \frac{n-1}{2A}\,\frac{\partial A}{\partial a_{12}} = 2\,S(xy)\,,$$

und da

$$\frac{\partial A}{\partial a_{11}} = a_{22}\,,\ \frac{\partial A}{\partial a_{22}} = a_{11}\,,\ \frac{\partial A}{\partial a_{12}} = -2\,a_{12}\,,$$

so folgt

$$a_{22} = \frac{S(x^2)}{n-1}\,2A\,,\ a_{11} = \frac{S(y^2)}{n-1}\,2A\,,\ a_{12} = -\frac{S(xy)}{n-1}\,2A\,.$$

Mit diesen Ausdrücken findet man nun ferner

$$A = 4A^2\left[\frac{S(x^2)}{n-1}\,\frac{S(y^2)}{n-1} - \left(\frac{S(xy)}{n-1}\right)^2\right]$$

oder

$$A = \frac{1}{4\left[\frac{S(x^2)}{n-1}\,\frac{S(y^2)}{n-1} - \left(\frac{S(xy)}{n-1}\right)^2\right]}\,.$$

Für die Konstanten a_{11}, a_{22}, a_{12} des Gesetzes der wahren Fehler ergeben sich daher die Werte

$$a_{11} = \frac{(n-1)\,S(y^2)}{2\,[S(x^2)\,S(y^2) - (S(xy))^2]}$$

$$a_{22} = \frac{(n-1)\,S(x^2)}{2\,[S(x^2)\,S(y^2) - (S(xy))^2]}$$

$$a_{12} = -\frac{(n-1)\,S(xy)}{2\,[S(x^2)\,S(y^2) - (S(xy))^2]}$$

Es wäre noch der Nachweis zu erbringen, dass diese Werte das Produkt der Wahrscheinlichkeitsgesetze in der Tat zu einem Maximum machen. Da aber auf diesen Nachweis schon bei dem Gesetz des einfachen Fehlers zumeist verzichtet wird, möge er auch hier unterlassen werden.

2. Im Anschluss hieran werde eine Frage besprochen, welche von CZUBER (12) inbezug auf eine Fehlergattung behandelt worden ist.

Lautet das Gesetz der wahren Fehler

$$F(u, v)\, d u\, d v = \frac{\sqrt{A}}{\pi}\, e^{-(a_{11} u^2 + 2 a_{12} u v + a_{22} v^2)}\, d u\, d v ,$$

so soll ermittelt werden, welchem Gesetz die scheinbaren Fehler x und y unterworfen sind. Zunächst wiederholen wir kurz unter Hinweis auf den vorhergehenden Abschnitt die Gleichungen

$$S(n) = n\lambda , S(v) = n\mu , S(x) = 0 , S(y) = 0 .$$

Darauf mögen die Gleichungen

$$x = u - \lambda = u - \frac{S(u)}{n} , d x = d u$$

$$y = v - \mu = v - \frac{S(v)}{n} , d y = d v$$

aufgestellt werden, nach welchen beispielsweise

$$x_i = -\frac{1}{n}(u_1 + u_2 + \ldots + u_{i-1} + u_{i+1} + \ldots + u_n) + \frac{n-1}{n} u_i$$

$$y_i = -\frac{1}{n}(v_1 + v_2 + \ldots + v_{i-1} + v_{i+1} + \ldots + v_n) + \frac{n-1}{n} v_i$$

ist.

In bekannter Weise formen wir nun den positiv genommenen Exponenten der Wahrscheinlichkeitsfunktion um in

$$a_{11} u^2 + 2 a_{12} u v + a_{22} v^2 = \frac{(a_{11} a_{22} - a^2_{12}) u^2 + (a_{22} v + a_{12} u)^2}{a_{22}}$$

$$= \frac{A}{a_{22}} u^2 + a_{22}\left(v + \frac{a_{12}}{a_{22}} u\right)^2$$

und haben daher für die Funktion $y_i + \frac{a_{12}}{a_{22}} x_i$ der scheinbaren Fehler noch die Gleichung

$$y_i + \frac{a_{12}}{a_{22}} x_i = -\frac{1}{n}\left[\left(v_1 + \frac{a_{12}}{a_{22}} u_1\right) + \left(v_2 + \frac{a_{12}}{a_{22}} u_2\right) + \ldots + \right.$$

$$+ \left(v_{i-1} + \frac{a_{12}}{a_{22}} u_{i-1}\right) + \left(v_{i+1} + \frac{a_{12}}{a_{22}} u_{i+1}\right) + \ldots +$$

$$\left. + \left(v_n + \frac{a_{12}}{a_{22}} u_n\right)\right] + \frac{n-1}{n}\left(v_i + \frac{a_{12}}{a_{22}} u_i\right)$$

aufzustellen. Wir können hier als bekannt voraussetzen, dass, wenn h die Präzision der Wahrscheinlichkeiten der in der Funktion

$$\Delta = \alpha_1 \varepsilon_1 + \alpha_2 \varepsilon_2 + \alpha_3 \varepsilon_3 + \ldots + \alpha_n \varepsilon_n$$

auftretenden Fehler ist, die Präzision der Wahrscheinlichkeit der Funktion Δ

$$H = \frac{h}{\sqrt{\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \ldots + \alpha_n^2}}$$

lautet. Wird diese Regel auf unsere Aufgabe angewendet, so erhält man für die Präzision der Fehlerfunktion von x_i

$$\sqrt{\frac{A}{a_{22}}} \; \frac{1}{\sqrt{(n-1)\frac{1}{n^2} + \left(\frac{n-1}{n}\right)^2}} = \sqrt{\frac{n\,A}{(n-1)\,a_{22}}}.$$

Da ferner noch $d\,u\,d\,v = d\,x\,d\,y$, so ergibt sich für die Wahrscheinlichkeitsfunktion von x und y.

$$P(x, y) = \frac{1}{\pi}\sqrt{\frac{n\,A}{(n-1)\,a_{22}}}\sqrt{\frac{n\,a_{22}}{n-1}}\, e^{-\frac{n\,A}{(n-1)\,a_{22}}x^2 - \frac{n\,a_{22}}{n-1}\left(y + \frac{a_{12}}{a_{22}}x\right)^2}$$

$$= \frac{n\sqrt{A}}{(n-1)\,\pi}\, e^{-\frac{n}{n-1}(a_{11}x^2 + 2\,a_{12}xy + a_{22}y^2)}\, d\,x\,d\,y.$$

Hierfür schreibe man nach dem Vorhergehenden

$$P(x\,y) = \frac{\sqrt{D}}{\pi}\, e^{-(h_{11}x^2 + 2\,h_{12}xy + h_{22}y^2)}\, d\,x\,d\,y.$$

Nun kann man bekanntlich näherungsweise

$$\frac{S(x^2)}{n} = \frac{\sqrt{D}}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} x^2\, e^{-(h_{11}x^2 + 2\,h_{12}xy + h_{22}y^2)}\, d\,x\,d\,y = \frac{h_{22}}{2\,D}$$

$$\frac{S(y^2)}{n} = \frac{\sqrt{D}}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} y^2\, e^{-(h_{11}x^2 + 2\,h_{12}xy + h_{22}y^2)}\, d\,x\,d\,y = \frac{h_{11}}{2\,D}$$

$$\frac{S(y\,x)}{n} = \frac{\sqrt{D}}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} x\,y\, e^{-(h_{11}x^2 + 2\,h_{12}xy + h_{22}y^2)}\, d\,x\,d\,y = -\frac{h_{12}}{2\,D}$$

setzen, wonach

$$\frac{1}{D} = 4\left[\frac{S(x^2)}{n}\frac{S(y^2)}{n} - \left(\frac{S(xy)}{n}\right)^2\right], \quad 2D = \frac{1}{2\left[\frac{S(x^2)}{n}\frac{S(y^2)}{n} - \left(\frac{S(xy)}{n}\right)^2\right]}.$$

Mit diesem Ausdruck findet man

$$h_{11} = \frac{S(y^2)}{n} 2D = \frac{n S(y^2)}{2[S(x^2) S(y^2) - (S(xy))^2]}$$

$$h_{22} = \frac{S(x^2)}{n} 2D = \frac{n S(x^2)}{2[S(x^2) S(y^2) - (S(xy))^2]}$$

$$h_{12} = -\frac{S(xy)}{n} 2D = -\frac{n S(xy)}{2[S(x^2) S(y^2) - (S(xy))^2]}.$$

Diese Konstanten des Wahrscheinlichkeitsgesetzes der wahrscheinlichen Fehler liefern aber durch Anwendung der Gleichungen

$$\frac{n}{n-1} a_{11} = h_{11}, \quad \frac{n}{n-1} a_{22} = h_{22}, \quad \frac{n}{n-1} a_{12} = h_{12}$$

die Konstanten a_{11}, a_{22}, a_{12} des Wahrscheinlichkeitsgesetzes der wahren Fehler, welche im ersten Abschnitt eingehend dargestellt worden sind.

3. Da die Uebertragung der beispielsweise von CROFTON und von FOERSTER gegebenen Darstellungen auf ein Gesetz zweier einander zugeordneten wahren Fehler recht mühselig zu sein scheint, war dem Verfasser die Anregung gegeben, aus den von GAUSS und von BETRAND gegebenen Analysen für scheinbare Fehler Schlüsse auf die Darstellung der Gesetzes der wahren Fehler zu ziehen.

Es seien X und Y die wahren Werte einer Beobachtungsgrösse inbezug auf die X = und die Y = Achse, $a_1, a_2, \ldots, a_n$ die Beobachtungswerte von X und $b_1, b_2, \ldots, b_n$ die Beobachtungswerte von Y, so gelten für die wahren Fehler die Gleichungen

$$u_1 = X - a_1, \; u_2 = X - a_2, \ldots, u_n = X - a_n$$
$$v_1 = Y - b_1, \; v_2 = Y - b_2, \ldots, v_n = Y - b_n.$$

Wie schon im ersten Abschnitt gezeigt, ist

$$S(u) = S(x) + n\lambda = n\lambda$$
$$S(v) = S(y) + n\mu = n\mu.$$

Ist $\varphi(u_i, v_i)$ die Wahrscheinlichkeit der wahren Fehler u_i und v_i, und bildet man das Produkt

$$W = \varphi(u_1, v_1)\,\varphi(u_2, v_2)\,\varphi(u_3, v_3)\ldots\varphi(u_n, v_n),$$

so kann W im Vergleich zu dem entsprechenden Produkt der Wahrscheinlichkeiten der scheinbaren Fehler kein Maximum darstellen. Hieraus folgt aber, dass die Differentialquotienten

$$\frac{\partial W}{\partial X} \text{ und } \frac{\partial W}{\partial Y}$$

nicht Null sein können. Wie bei der Darstellung des BRAVAIS' schen Gesetzes mögen zunächst mit Hilfe der logarithmischen Differentiation die Differentialquotienten

$$\frac{1}{W}\frac{dW}{dX} = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{1}{\varphi(u_i, v_i)}\frac{d\varphi(u_i, v_i)}{dX}$$

$$\frac{1}{W}\frac{dW}{dY} = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{1}{\varphi(u_i, v_i)}\frac{d\varphi(u_i, v_i)}{dY}$$

aufgestellt werden.

Weiterhin ermittele man, dass

1)
$$\frac{d\varphi(u_i, v_i)}{dX} = \frac{d\varphi(u_i, v_i)}{du_i}\frac{du_i}{dX}$$

$$\frac{d\varphi(u_i, v_i)}{dY} = \frac{d\varphi(u_i, v_i)}{dv_i}\frac{dv_i}{dY}$$

2)
$$\frac{du_i}{dX} = \frac{d(X - a_i)}{dX} = 1$$

$$\frac{dv_i}{dY} = \frac{d(Y - b_i)}{dY} = 1,$$

so ergibt sich

$$\frac{1}{W}\frac{dW}{dX} = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{1}{\varphi(u_i, v_i)}\frac{d\varphi(u_i, v_i)}{du_i}$$

$$\frac{1}{W}\frac{dW}{dY} = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{1}{\varphi(u_i, v_i)}\frac{d\varphi(u_i, v_i)}{dv_i}$$

In diesen Ausdrücken setzt man noch

$$\frac{1}{\varphi(u_i, v_i)}\frac{d\varphi(u_i, v_i)}{du_i} = f_1(u_i, v_i)$$

$$\frac{1}{\varphi(u_i, v_i)}\frac{d\varphi(u_i, v_i)}{dv_i} = f_2(u_i, v_i)$$

Macht man die Annahme, dass

$$f_1(u_i, v_i) = a\,u_i + b\,v_i \text{ und } f_2(u_i, v_i) = b\,u_i + c\,v_i,$$

so findet man

$$\sum_{i=1}^{i=n} f_1(u_i, v_i) = a\,S(u) + b\,S(v) = a\,n\,\lambda + b\,n\,\mu$$

$$\sum_{i=1}^{i=n} f_2(u_i\,v_i) = b\,S(u) + c\,S(v) = b\,n\,\lambda + c\,n\,\mu\,.$$

Man kann daher

$$\sum_{i=1}^{i=n} f_1(u_i, v_i) = F_1(\lambda, \mu)$$

$$\sum_{i=1}^{i=n} f_2(u_i, v_i) = F_2(\lambda, \mu)$$

setzen und findet weiterhin, dass

$$\frac{\partial F_1}{\partial \lambda} = n\,a\,,\ \frac{\partial F_1}{\partial \mu} = n\,b\,,\ \frac{\partial F_2}{\partial \lambda} = n\,b\,,\ \frac{\partial F_2}{\partial \mu} = n\,c$$

sein würde.

Die Annahme über die Beschaffenheit der Funktionen $f_1(u_i, v_i)$ und $f_2(u_i, v_i)$ führt uns zu den Differentialquotienten

$$\frac{\partial f_1(u_i, v_i)}{\partial u_i} = a\,,\ \frac{\partial f_1(u_i, v_i)}{\partial v_i} = b\,,\ \frac{\partial f_2(n_i, v_i)}{\partial u_i} = b\,,\ \frac{\partial f_2(u_i, v_i)}{\partial v_i} = c,$$

wonach

$$\frac{\partial f_1(u_i, v_i)}{\partial v_i} = \frac{\partial f_2(u_i, v_i)}{\partial u_i}$$

ist. Da nun aber

$$f_1(u_i, v_i) = \frac{\partial\, l_n\, \varphi(u_i, v_i)}{\partial u_i}\,,\ f_2(u_i, v_i) = \frac{\partial\, l_n\, \varphi(u_i, v_i)}{\partial v_i}\,,$$

so folgt ferner

$$\frac{\partial f_1(u_i, v_i)}{\partial u_i} = \frac{\partial^2 l_n\, \varphi(u_i, v_i)}{\partial u_i^2}\,,\ \frac{\partial f_1(u_i, v_i)}{\partial u_i\, \partial v_i} = \frac{\partial^2 l_n\, \varphi(u_i, v_i)}{\partial u_i\, \partial v_i}$$

$$\frac{\partial f_2(u_i, v_i)}{\partial u_i} = \frac{\partial^2 l_n\, \varphi(n_i, v_i)}{\partial u_i\, \partial v_i}\,,\ \frac{\partial f^2(u_i, v_i)}{\partial v_i} = \frac{\partial^2 l_n\, \varphi(u_i, v_i)}{\partial v_i^2}\,.$$

Unter den getroffenen Voraussetzungen ist aber auch

$$\frac{d^2 l_n\, \varphi(u, v)}{d\,u^2} = a\,,\ \frac{d^2 l_n\, \varphi(u, v)}{d\,u\,d\,v} = b\,,\ \frac{d^2 l_n\, \varphi(u, v)}{d\,v^2} = c\,.$$

Versucht man nun auf Grund dieser Gleichungen die Funktion $\varphi(u, v)$ durch Integration herzustellen, so liefert die erste

Integration nach u des zweiten Differentialquotienten von $l_n \varphi (u , v)$ nach u

$$\int \frac{\partial^2 l_n \varphi (u , v)}{\partial u^2} d u = a u + \psi_1 (v) = \frac{\partial l_n \varphi (u , v)}{\partial u}$$

und die zweite Integration nach u

$$\int d u \int \frac{\partial^2 l_n \varphi (u , v)}{\partial u^2} d u = \frac{1}{2} a u^2 + u \psi_1 (v) + \psi_2 (v) = l_n \varphi (u , v) .$$

Die zweimal hinter einander ausgeführten Integrationen nach v des zweiten Differentialquotienten von $l_n \varphi (u, v)$ nach v ergeben

$$\int \frac{\partial^2 l_n \varphi (u , v)}{\partial v^2} d v = c v + \psi_3 (u) = \frac{\partial l_n \varphi (u , v)}{\partial v}$$

$$\int d v \int \frac{\partial^2 l_n \varphi (n , v)}{\partial v^2} d v = \frac{1}{2} c v^2 + v \psi_3 (u) + \psi_4 (u) = l_n \varphi (u , v) .$$

Wird schliesslich noch der zweite Differentialquotient von $l_n \varphi (u , v)$ nach u und nach v erst nach u und dann nach v integriert so ergibt sich

$$\int \frac{\partial^2 l_n \varphi (u , v)}{\partial u \, \partial v} d u = b u + \psi_5 (v) = \frac{\partial l_n \varphi (u , v)}{\partial v}$$

$$\int d v \int \frac{\partial^2 l_n \varphi (u , v)}{d u \, d v} d u = b u v + \int \psi_5 (v) d v + \psi_6 (u) = l_n \varphi (u, v) .$$

Da durch alle 3 zweifachen Integrationen einunddieselbe Funktion $l_n \varphi (u, v)$ hergestellt worden ist, so muss

$$\begin{aligned} l_n \varphi (u, v) &= \frac{1}{2} a u^2 + u \psi_1 (v) + \psi_2 (v) \\ &= \frac{1}{2} c v^2 + v \psi_3 (u) + \psi_4 (u) \\ &= b u v + \int \psi_5 (v) d v + \psi_6 (u) \end{aligned}$$

sein.

Der Vergleich dieser drei Ergebnisse lehrt aber, dass

$$\psi_2 (v) = \frac{1}{2} c v^2 = \int \psi_5 (v) d v$$

$$\varphi_4 (u) = \frac{1}{2} a u^2 = \psi_6 (u)$$

$$u \psi_1 (v) = v \psi_3 (u) = b u v$$

sein muss. Fügt man noch die logarithmische Konstante $l_n C$ hinzu, so muss also

$$l_n \varphi (u , v) = \frac{1}{2} a u^2 + b u v + \frac{1}{2} c v^2 + l_n C$$

oder nach Uebergang zum Numerus

$$\varphi (u , v) = C e^{\frac{1}{2} a u^2 + b u v + \frac{1}{2} c v^2}$$

sein. Da diese Funktion für $u = o$ und $v = o$ ihren grössten Wert annehmen und für grosse Werte von u und v möglichst klein werden soll, setzen wir ferner

$$a = - 2 a_{11} , b = - 2 a_{12} , c = - 2 a_{22}$$

und erhalten

$$\varphi (u , v) = C e^{-(a_{11} u^2 + 2 a_{12} u v + a_{22} v^2)}$$

Die Konstante C ist auch hier so zu bestimmen, dass die Summe aller nur möglichen Wahrscheinlichkeiten 1 ist, dass also der Bedingung

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi (u, v) \, d u \, d v = 1$$

genügt wird. Die hierzu erforderlichen Integrationen als bekannt voraussetzend, begnügen wir uns mit der Bemerkung, dass man

$$C = \frac{\sqrt{A}}{\pi}$$

zu setzen hat.

4. Recht schwierig scheint es zu sein, die Materie, welche Student im 6ten Bande der Biometrica (1908) unter der Ueberschrift " The probable error of mean " behandelt hat und die von Fisher in dem im Band V des Metron (1925) erschienen Aufsatz " Applications of Student's distributions " und ferner auch von Münzner in dem Aufsatz " Das Fehlergesetz des mittleren Fehlers und seine Anwendung " enthalten im 2. Band der Blätter für Versicherungs-Mathematik und verwandte Gebiete (1932) bearbeitet worden ist, inbezug auf zwei zueinander gehörige Fehler, also mit Anwendung des sogenannten " Fehlergesetzes in der Ebene " einer Untersuchung zu unterziehen. Daher möge in diesem Abschnitt auf die Anwendung des sogenannten BRAVAIS'schen Gesetzes verzichtet und das transformierte Gesetz

$$P(\xi, \eta)\, d\xi\, d\eta = \frac{h_1 h_2}{\pi}\, e^{-h_1^2 \xi^2 - h_2^2 \eta^2}\, d\xi\, d\eta$$

angewendet werden, sodass es zunächst nur notwendig ist, sich mit dem mittleren Fehler der nur auf eine Koordinatenachse bezogenen Beobachtungsgrössen zu beschäftigen.

Obwohl vielleicht die Neigung besteht, nach dem Vorgang von Münzner von der Helmert'schen Umformung des Produkts der n Wahrscheinlichkeiten

$$n\left(\frac{h}{\sqrt{\pi}}\right)^n e^{-h^2 [S(x^2) + n\lambda^2]} \sum_{i=1}^{i=n-1} d x_i\, d\lambda$$

auszugehen und $s^2 = \frac{S(x^2)}{n-1}$ zu setzen, wollen wir doch lieber nach dem Vorgang von Student den Versuch machen, mit den wahren Fehlern zu rechnen. Bekanntlich ist dann $s^2 = \frac{S(x^2)}{n}$ zu setzen. Die Aufgabe der Darstellung der Gleichung $S(u^2) = \frac{n}{n-1} S(x^2)$ gehört aber schon in das Gebiet der elementaren Theorie der Methode der kleinsten Quadrate, obwohl man sie natürlich auch von einem höheren Standpunkt lösen kann. Da die Summe von Quadraten $S(u^2)$ in Wirklichkeit unbekannt ist, möge die Wahrscheinlichkeit ermittelt werden, dass $S(u^2)$ zwischen $n s^2$ und $n s^2 + d(n s^2)$ liege. Diese Aufgabe kann in der Weise gelöst werden, dass man das 1 betragende Produkt von n Integralen

$$\left(\frac{h}{\sqrt{\pi}}\right)^n \int_{-\infty}^{\infty}_{(n)} e^{-h^2 S(u^2)} \prod_{i=1}^{i=n} d u_i$$

mit dem sogenannten Bessel'schen Diskontinuitätsfaktor

$$\frac{d(n s^2)}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-(S(u^2) - n s^2) z i}\, d z$$

multipliziert, dessen Eigenschaften hier als bekannt voraus gesetzt werden sollen.

Das Produkt

$$\left(\frac{h}{\sqrt{\pi}}\right)^n \int_{-\infty}^{\infty}_{(n)} e^{-h^2 S(u^2)} \prod_{i=1}^{i=n} d u_i \quad \frac{d(n s^2)}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-(S(u^2) - u s^2) z i}\, d z$$

forme man in das andere Produkt

$$\prod_{i=1}^{i=n} \frac{h}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-h^2 u_i^2 - u_i^2 z i} d u_i \frac{d (n s^2)}{2 \pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{n s^2 z i} d z$$

um.

Da

$$\frac{h}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-h^2 u_i^2 - u_i^2 z i} d u_i = \frac{h}{\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-(h^2 + z i) u_i^2} d u_i =$$

$$= \frac{h}{\sqrt{\pi}\sqrt{h^2 + z i}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-t^2} d t = \frac{h}{\sqrt{h^2 + z i}},$$

so ergibt sich des weiteren

$$P (n s^2) d (n s^2) = \frac{d (n s^2) h^n}{2 \pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{n s^2 z i}}{(h^2 + z i)^{\frac{n}{2}}} d z .$$

Bekannt ist das Integral (13)

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{c z i}}{(k + z i)^a} d z = \frac{2 \pi}{\Gamma (a)} e^{-kc} c^{a-1} \quad (c > 0),$$

wonach

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{n s^2 z i}}{(h^2 + z i)^{\frac{n}{2}}} d z = \frac{2 \pi}{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} e^{-h^2 n s^2} [(n s^2)]^{\frac{n}{2} - 1} .$$

Mithin erhält man

$$P' (n s^2) d (n s^2) = \frac{n 2 s d s}{2 \pi} \frac{2 \pi}{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} h^n e^{-h^2 n s^2} n^{\frac{n}{2} - 1} s^{n-2}$$

oder

$$P (s) d s = \frac{2}{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} h^n e^{-h^2 n s^2} n^{\frac{n}{2}} s^{n-1} d s .$$

Als bekannt können wir hier das Gesetz des Fehlers im arithmetischen Mittel voraussetzen, welches

$$P(\lambda)\, d\lambda = \frac{\sqrt{n}\, h}{\sqrt{\pi}}\, e^{-n h^2 \lambda^2}\, d\lambda$$

lautet. Wir treffen jetzt die auf Student zurückzuführende Annahme, dass λ das τ-fache von s ist, und erhalten so aus dem vorstehenden Gesetz

$$P'(s\tau)\, d(s\tau) = \frac{\sqrt{n}\, h}{\sqrt{\pi}}\, e^{-n h^2 (s\tau)^2}\, d(s\tau)\,.$$

Dieses Gesetz als Gesetz von τ allein aufgefasst, führt zu dem Ausdruck

$$P(\tau)\, d\tau = \frac{\sqrt{n}\, h s}{\sqrt{\pi}}\, e^{-n (h s)^2 \tau^2}\, d\tau\,.$$

Die Wahrscheinlichkeit, dass s zwischen s und $s + ds$ und τ zwischen τ und $\tau + d\tau$ liege, ist nun

$$P(s)\, ds\, P(\tau)\, d\tau = \frac{2}{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} h^n e^{-h^2 n s^2} n^{\frac{n}{2}} s^{n-1} \frac{\sqrt{n}\, h s}{\sqrt{\pi}}\, e^{-n (h s)^2 \tau^2}\, ds\, d\tau =$$

$$= \frac{2}{\sqrt{\pi}\ \Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} (\sqrt{n}\, h s)^n e^{-(1+\tau^2) n h^2 s^2}\, d(\sqrt{n}\, h s)\, d\tau\,.$$

Hieraus ermitteln wir die Wahrscheinlichkeit, dass τ zwischen τ und $\tau + d\tau$ liegt, während s alle nur möglichen Werte von 0 bis ∞ haben kann. Diese Wahrscheinlichkeit lautet

$$\pi(\tau)\, d\tau = \frac{2\, d\tau}{\sqrt{\pi}\ \Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} \int_0^\infty z^n e^{-(1+\tau^2) z^2}\, dz\,.$$

Da man aber für das Integral

$$\int_0^\infty z^n e^{-(1+\tau^2) z^2}\, dz = \frac{1}{2} \int_0^\infty u^{\frac{n-1}{2}} e^{-(1+\tau^2) u}\, du = \frac{\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)}{2 (1+\tau^2)^{\frac{n+1}{2}}}$$

setzen kann, so erhält man

$$\pi(\tau)\, d\tau = \frac{\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)}{\sqrt{\pi}\, \Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} \frac{d\tau}{(1+\tau^2)^{\frac{n+1}{2}}}\,.$$

Um auf die Form von FISHER zu gelangen, setzen wir noch $\tau = \frac{t}{\sqrt{n}}$, was besagt, dass λ das t fache von $\frac{s}{\sqrt{n}}$ ist. Das ist auch zweckmässig, weil nach der Wahrscheinlichkeitstheorie

$$\lambda^2 = \frac{s^2}{n}$$

ist. Man erhält demnach

$$\pi(t)\,dt = \frac{\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)}{\sqrt{\pi n}\,\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)}\left(1 + \frac{t^2}{n}\right)^{-\frac{n+1}{2}} dt,$$

wonach die Wahrscheinlichkeit $\Omega(t)$, dass t zwischen $-\infty$ und t liegt,

$$\Omega(t) = \frac{\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)}{\sqrt{\pi n}\,\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} \int_{-\infty}^{t} \left(1 + \frac{t^2}{n}\right)^{-\frac{n+1}{2}} dt$$

und die Wahrscheinlichkeit $\Phi(t)$, dass t zwischen t und $+\infty$ liegt,

$$\Phi(t) = \frac{\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)}{\sqrt{\pi n}\,\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} \int_{t}^{\infty} \left(1 + \frac{t^2}{n}\right)^{-\frac{n+1}{2}} dt$$

ist.

Es lohnt sich wohl noch der Hinweis, dass

$$\Omega(t) + \Phi(t) = \frac{\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)}{\sqrt{\pi n}\,\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} \int_{-\infty}^{\infty} \left(1 + \frac{t^2}{n}\right)^{-\frac{n+1}{2}} dt = 1.$$

In der Tat findet man

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} \left(1 + \frac{t^2}{n}\right)^{-\frac{n+1}{2}} dt = 2\sqrt{n} \int_{0}^{\infty} \frac{du}{(1+u^2)^{\frac{n+1}{2}}},$$

weil man die linke Seite der bekannten Formel

$$\int_{0}^{\infty} \frac{z^{m-1}}{(1+z)^{m+k}}\,dz = \frac{\Gamma(m)\,\Gamma(k)}{\Gamma(m+k)}$$

durch die Substitution $z = u^2$ auf die Form

$$2 \int_0^\infty \frac{u^{2m-1}}{(1+u^2)^{m+k}} d\,u$$

bringen kann, in welcher man dann nur noch $m = 1/2$ und $K = \frac{n}{2}$ zu setzen hat. Es ergibt sich somit

$$I = \sqrt{n}\, \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)} \qquad \left(\Gamma\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\pi}\right).$$

Hierbei ist von der Unterscheidung, ob $\frac{n+1}{2}$ eine grade oder eine ungrade Zahl ist, wie schon von Student und viel früher bei der Berechnung des Fehlers der Präzision beachtet wurde (z. B. bei DINGER (14)), abgesehen worden.

Um die vorhergehenden Betrachtungen auf den zweidimensionalen Fall anwenden zu können, setze man in dem Produkt der Wahrscheinlichkeiten

$$\frac{A^{\frac{n}{2}}}{\pi^n}\, e^{-(a_{11} S(u^2) + 2 a_{12} S(u v) + a_{22} S(v^2))} \prod_{i=1}^{i=n} d\,u_i\, d\,v_i$$

nach einer rein algebraischen Methode welche man zur Umformung der allgemeinen Gleichung zweiten Grades der Kegelschnitte (15) anwendet,

$$u_i = \alpha\,\xi_i - \beta\,\eta_i$$
$$v_i = \beta\,\xi_i + \alpha\,\eta_i\,,$$

so wird

$$u_i^2 = \alpha^2\,\xi_i^2 - 2\,\alpha\,\beta\,\xi_i\,\eta_i + \beta^2\,\eta_i^2$$
$$v_i^2 = \alpha^2\,\eta_i^2 + 2\,\alpha\,\beta\,\xi_i\,\eta_i + \beta^2\,\xi_i^2$$
$$u_i\,v_i = \alpha\,\beta\,\xi_i^2 + (\alpha^2 - \beta^2)\,\xi_i\,\eta_i - \alpha\,\beta\,\eta_i^2$$

und dementsprechend

$$S(u^2) = \alpha^2\,S(\xi^2) - 2\,\alpha\,\beta\,S(\xi\,\eta) + \beta^2\,S(\eta^2)$$
$$S(v^2) = \beta^2\,S(\xi^2) + 2\,\alpha\,\beta\,S(\xi\,\eta) + \alpha^2\,S(\eta^2)$$
$$S(u\,v) = \alpha\,\beta\,S(\xi^2) + (\alpha^2 - \beta^2)\,S(\xi\,\eta) - \alpha\,\beta\,S(\eta^2)\,.$$

Durch Anwendung dieser Gleichungen ergibt sich

$$a_{11} S(u^2) + 2 a_{12} S(u v) + a_{22} S(v^2) = (a_{11} \alpha^2 + 2 a_{12} \alpha \beta + a_{22} \beta^2) S(\xi^2) + 2((a_{22} - a_{11}) - a_{12}(\beta^2 - \alpha^2)) S(\xi \eta) + (a_{11} \beta^2 - 2 a_{12} \alpha \beta + a_{22} \alpha^2) S(\eta^2).$$

Die Grössen α und β sind nun derart zu bestimmen dass der Koeffizient von $S(\xi \eta)$ zu Null wird, damit $S(\xi \eta)$ fortfällt. Zwecks Lösung dieser Aufgabe setze man

$$a_{11} \alpha^2 + 2 a_{12} \alpha \beta + a_{22} \beta^2 = h_1^2 \text{ (I)}$$

$$a_{11} \beta^2 - 2 a_{12} \alpha \beta + a_{22} \alpha^2 = h_2^2 \text{ (II)}$$

$$(a_{11} - a_{22}) \alpha \beta - a_{12}(\alpha^2 - \beta^2) = 0 \quad \text{(III)}$$

Die Gleichung (III) kann man umformen in

$$\frac{a_{11} \alpha + a_{12} \beta}{\alpha} = \frac{a_{22} \beta + a_{12} \alpha}{\beta} = \lambda,$$

wo λ eine noch zu bestimmende Grösse ist. Mit dieser Gleichung forme man (I) um in

$$\left.\begin{aligned} (a_{11} \alpha + a_{12} \beta) \alpha + (a_{22} \beta + a_{12} \alpha) \beta = h_1^2 \\ \lambda (\alpha^2 + \beta^2) = h_1^2. \end{aligned}\right\} \text{(IV)}$$

Stellt man noch die Bedingung

$$S(\alpha \xi_i - \beta \eta_i)^2 + S(\alpha \eta_i + \beta \xi_i)^2 = S(\xi^2) + S(\eta^2)$$

auf, aus welcher sich ergibt

$$\alpha^2 S(\xi^2) - 2 \alpha \beta S(\xi \eta) + \beta^2 S(\eta^2) + \alpha^2 S(\eta^2) + 2 \alpha \beta S(\xi \eta) + \beta^2 S(\xi^2) = S(\xi^2) + S(\eta^2),$$

$$(\alpha^2 + \beta^2)(S(\xi^2) + S(\eta^2)) = S(\xi^2) + (\eta^2),$$

so findet man $\alpha^2 + \beta^2 = 1$.

Demnach ist $\lambda = h_1^2$.

Aus den Gleichungen (IV) folgt

$$\frac{a_{11} \alpha + a_{12} \beta}{\alpha} = h_1^2 \quad \text{oder} \quad (a_{11} - h_1^2) \alpha + a_{12} \beta = 0$$

$$\frac{a_{22} \beta + a_{12} \alpha}{\beta} = h_1^2 \quad \text{oder} \quad (a_{22} - h_1^2) \beta + a_{12} \alpha = 0$$

Nunmehr mehr schreibe man die Gleichung (II) in der Form

$$(a_{11} \beta - a_{12} \alpha) \beta + (a_{22} \alpha - a_{12} \beta) \alpha = h_2^2$$

und die Gleichung (III) in der Form

$$(a_{11}\beta - a_{12}\alpha)\alpha = (a_{22}\alpha - a_{12}\beta)\beta$$

oder

$$\frac{a_{11}\beta - a_{12}\alpha}{\beta} = \frac{a_{22}\alpha - a_{12}\beta}{\alpha} = k\,,$$

so findet man unter Heranziehung der umgeformten Gleichung für h_2^2

$$(\alpha^2 + \beta^2)k = h_2^2 \quad \text{oder} \quad x = h_2^2\,.$$

Aus den Gleichungen für k folgt

$$\frac{a_{11}\beta - a_{12}\alpha}{\beta} = h_2^2 \quad \text{oder} \quad (a_{11} - h_2^2)\beta - a_{12}\alpha = 0$$

$$\frac{a_{22}\alpha - a_{12}\beta}{\alpha} = h_2^2 \quad \text{oder} \quad (a_{22} - h_2^2)\alpha - a_{12}\beta = 0\,,$$

Auf einfache Weise findet man aus den Gleichungen für h_1^2 durch Elimination von $\frac{\alpha}{\beta}$ bezw $\frac{\beta}{\alpha}$

$$(a_{11} - h_1^2)(a_{22} - h_1^2) - a_{12}^2 = 0$$

und aus den Gleichungen für h_2^2 durch Elimination von $\frac{\alpha}{\beta}$, bezw $\frac{\beta}{\alpha}$

$$(a_{11} - h_2^2)(a_{22} - h_2^2) - a_{12}^2 = 0.$$

Es ergeben sich somit für h_1^2 und h_2^2 dieselben Gleichungen. Daher sind h_1 und h_2 die Wurzeln einundderselben Gleichung

$$h^4 - (a_{11} + a_{22})h^2 + (a_{11}a_{22} - a_{12}^2) = 0.$$

Die Wurzeln dieser Gleichung sind aber

$$h_1^2 = \frac{a_{11} + a_{22}}{2} + \sqrt{\left(\frac{a_{11} + a_{22}}{2}\right)^2 - (a_{11}a_{22} - a_{12}^2)}$$

$$= \frac{a_{11} + a_{22}}{2} + \sqrt{\left(\frac{a_{11} - a_{22}}{2}\right)^2 + a_{12}^2}$$

und

$$h_2^2 = \frac{a_{11} + a_{22}}{2} - \sqrt{\left(\frac{a_{11} - a_{22}}{2}\right)^2 + a_{12}^2}\,.$$

Hiernach besteht die Beziehung

$$h_1 h_2 = \sqrt{\left(\frac{a_{11}+a_{22}}{2}\right)^2 - \left(\frac{a_{21}-a_{22}}{2}\right)^2 - a_{12}^2} = \sqrt{a_{11}\,a_{22} - a_{12}^2} = \sqrt{A}\,.$$

Durch Anwendung der Formel für die Jacobische Transformationsdeterminante welche für 2 Variable

$$a\,u\,d\,v = \left(\frac{d\,u}{d\,\xi}\,\frac{d\,v}{d\,\eta} - \frac{d\,u}{d\,\eta}\,\frac{d\,v}{d\,\xi}\right) d\,\xi\,d\,\eta$$

heisst, ergibt sich

$$d\,u\,d\,v = (\alpha^2 + \beta^2)\,d\,\xi\,d\,\eta = d\,\xi\,d\,\eta\,.$$

Durch die vorhergehende Beschreibung ist das Produkt der Wahrscheinlichkeiten in das einfache Produkt von Wahrscheinlichkeiten

$$\frac{h_1^n\,h_2^n}{\pi^n}\,e^{-h_1^2 S(\xi^2) - h_2^2 S(\eta^2)} \prod_{i=1}^{i=n} d\,\xi_i\,d\,\eta_i$$

umgeformt worden.

Auf die gleiche Weise kann man das Gesetz der Fehler im arithmetischen Mittel (bezogen auf beide Koordinaten), welches, wie wir im ersten Abschnitt sahen,

$$P(\lambda, \mu)\,d\,\lambda\,d\,\mu = \frac{n\sqrt{A}}{\pi}\,e^{-n(a_{11}\lambda^2 + 2a_{12}\,\lambda\mu + a_{22}\mu^2)}\,d\,\lambda\,d\,\mu$$

lautet, transformieren.

Setzt man

$$\lambda = \alpha\,\varphi - \beta\,\psi$$
$$\mu = \beta\,\varphi + \alpha\,\psi\,,$$

so erhält man

$$P(\varphi, \psi)\,d\,\varphi\,d\,\psi = \frac{n\,h_1\,h_2}{\pi}\,e^{-n\,h_1^2\,\varphi^2 - n\,h_2^2\,\psi^2}\,d\,\varphi\,d\,\psi\,,$$

wobei wieder

$$h_1^2 = a_{11}\,\alpha^2 + 2\,a_{12}\,\alpha\,\beta + a_{22}\,\beta^2$$
$$h_2^2 = a_{11}\,\beta^2 - 2\,a_{12}\,\alpha\,\beta + a_{22}\,\alpha^2$$

und nach dem Verlauf der Transformationen

$$\lambda^2 = \alpha^2\,\varphi^2 - 2\,\alpha\,\beta\,\varphi\,\psi + \beta^2\,\psi^2$$
$$\mu^2 = \beta^2\,\varphi^2 + 2\,\alpha\,\beta\,\varphi\,\psi + \alpha^2\,\psi^2$$

ist. Auf Grund dieser Unternchnung kann man aber annehmen, dass

1) mit der Wahrscheinlichkeit

$$\Omega(t) = \frac{\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)}{\sqrt{\pi n}\,\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} \int_{-\infty}^{t} \left(1 + \frac{t^2}{n}\right)^{-\frac{n+1}{2}} dt$$

die Ungleichung

$$\varphi < t\sqrt{\frac{S(\xi^2)}{n}}$$

und

2) mit der Wahrscheinlichkeit

$$\Omega(w) = \frac{\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)}{\sqrt{\pi n}\,\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)} \int_{-\infty}^{w} \left(1 + \frac{t^2}{n}\right)^{-\frac{n+1}{2}} dt$$

die Ungleichung

$$\psi < w\sqrt{\frac{S(\eta^2)}{n}}$$

besteht. Für das gleichzeitige Bestehen dieser Ungleichungen gilt die Wahrscheinlichkeit

$$\Omega(t) \,.\, \Omega(w) \,.$$

Unsere weitere Aufgabe wird es sein, von den transformierten Fehlern, bezw. ihren Quadrat-Summen zu den wahren Fehlern, bezw. ihren Quadrat-Summen zurückzukehren. Aus den Substitutionsgleichungen

$$\alpha\,\xi - \beta\,\eta = u$$
$$\beta\,\xi + \alpha\,\eta = v$$

findet man mit Hilfe der ermittelten Bedingungsgleichung $\alpha^2 + \beta^2 = 1$;

$$\xi = u\,\alpha + v\,\beta$$
$$\eta = v\,\alpha - u\,\beta \,.$$

Aus diesen Gleichungen ergeben sich leicht die Summengleichungen der quadrierten Werte

$$S(\xi^2) = S(u^2)\,\alpha^2 + 2\,S(u\,v)\,\alpha\,\beta + S(v^2)\,\beta^2$$
$$S(\eta^2) = S(v^2)\,\alpha^2 - 2\,S(u\,v)\,\alpha\,\beta + S(u^2)\,\beta^2.$$

Die Addition dieser Gleichungen liefert übrigens

$$S(\xi^2) + S(\eta^2) = S(u^2) + S(v^2).$$

Auf dieselbe Weise findet man

$$\varphi = \lambda\alpha + \mu\beta$$
$$\psi = \mu\alpha - \lambda\beta$$

und

$$\varphi^2 = \lambda^2\alpha^2 + 2\lambda\mu\alpha\beta + \mu^2\beta^2$$
$$\psi^2 = \mu^2\alpha^2 - 2\lambda\mu\alpha\beta + \lambda^2\beta^2,$$

wonach auch

$$\varphi^2 + \psi^2 = \lambda^2 + \mu^2.$$

Schreibt man jetzt gemäss den eingangs dieses Abschnitts gemachten Voraussetzungen die Gleichungen an

$$\varphi^2 = \frac{t^2}{n} S(\xi^2) \quad , \quad \psi^2 = \frac{w^2}{n^2} S(\eta^2)$$

und setzt für φ^2, $S(\xi^2)$, ψ^2, $S(\eta^2)$ die berechneten Werte ein, so ergeben sich die Gleichungen

$$\lambda^2\alpha^2 + \lambda\mu\,2\alpha\beta + \mu^2\beta^2 = \frac{t^2}{n^2}[S(u^2)\alpha^2 + S(uv)\,2\alpha\beta + S(v^2)\beta^2]$$

und

$$\mu^2\alpha^2 - \lambda\mu\,2\alpha\beta + \lambda^2\beta^2 = \frac{w^2}{n}[S(v^2)\alpha^2 - S(uv)\,2\alpha\beta + S(u^2)\beta^2].$$

Aus der ersten dieser beiden Gleichungen folgt

$$\left[\lambda^2 - \frac{t^2}{n^2} S(u^2)\right]\alpha^2 + \left[\lambda\mu - \frac{t^2}{n^2} S(uv)\right]2\alpha\beta + \left[\mu^2 - \frac{t^2}{n^2} S(v^2)\right]\beta^2 = 0,$$

aus der zweiten

$$\left[\mu^2 - \frac{w^2}{n} S(v^2)\right]\alpha^2 + \left[\lambda\mu - \frac{w^2}{n} S(uv)\right]2\alpha\beta + \left[\lambda^2 - \frac{w^2}{n} S(u^2)\right]\beta^2 = 0.$$

Hieraus kann man schliessen, dass

entweder $\lambda^2 = \frac{t^2}{n^2} S(u^2)$, oder $\lambda^2 = \frac{w^2}{n^2} S(u^2)$

entweder $\lambda\mu = \frac{t^2}{n^2} S(uv)$, oder $\lambda\mu = \frac{w^2}{n^2} S(uv)$

entweder $\mu^2 = \frac{t^2}{n^2} S(v^2)$, oder $\mu^2 = \frac{w^2}{n^2} S(v^2)$,

Dass diese Gleichungen nicht gleichzeitig bestehen können, ist einleuchtend. Addiert man noch die vorhergehenden zwei Gleichungen, aus denen die letzten Folgerungen abgeleitet worden sind, so bekommt man

$$\left[\lambda^2 - \frac{t^2\,\alpha^2 + w^2\,\beta^2}{n^2}\,S\,(u^2)\right] - \frac{t^2 - w^2}{n^2}\,2\,\alpha\,\beta\,S\,(u\,v) +$$

$$+\left[\mu^2 - \frac{t^2\,\beta^2 + w^2\,\alpha^2}{n^2}\,S\,(v^2)\right] = 0\,.$$

Diese Gleichung kann für $t \gtrless w$ offenbar nicht gelten. Setzt man daher $w = t$, so ergibt sich aber

$$\lambda^2 - \frac{t^2}{n^2}\,S\,(u^2) = 0\,,\ \mu^2 - \frac{t^2}{n^2}\,S\,(v^2) = 0$$

Es lässt sich daher wohl die nachstehende Folgerung aussprechen :

Mit der Wahrscheinlichkeit

$$[\Omega\,(t)]^2 = \left[\frac{\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)}{\sqrt{\pi\,n}\,\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)}\int_{-\infty}^{t}\left(1 + \frac{t^2}{n}\right)^{-\frac{n+1}{2}} d\,t\right]^2$$

kann man annehmen, dass die Ungleichungen

$$\lambda^2 < t^2\,\frac{S\,(u^2)}{n^2}\,,\ \lambda\,\mu < t^2\,\frac{S\,(u\,v)}{n^2}\,,\ \mu^2 < t^2\,\frac{S\,(v^2)}{n^2}$$

bestehen. λ und μ stellen die äusserlichen Bezeichnungen der Fehler der arithmetischen Mittelwerte dar, während

$$\sqrt{\frac{S\,(u^2)}{n^2}}\,,\ \sqrt{\frac{S\,(u\,v)}{n^2}}\,,\ \sqrt{\frac{S\,(v^2)}{n^2}}$$

die mittleren Werte der unbekannten zweidimensionalen Fehlergrössen

$$\lambda^2\,,\ \lambda\,\mu\,,\ \mu^2$$

sind.

5. Zu demselben Ergebnis kommt man übrigens schneller, wenn man den positiv genommenen Exponenten der Wahrscheinlichkeitsfunktion der wahren Fehler auf die Form bringt

$$\frac{A}{a_{22}}\,u^2 + a_{22}\left(v + \frac{a_{12}}{a_{22}}\,u\right)^2 = \frac{A}{a_{22}}\,u^2 + a_{22}\,z^2 \quad \text{(I)}$$

und entsprechend auch den positiv genommenen Exponenten der Wahrscheinlichkeitsfunktion der Fehler des arithmetischen Mittels umformt in

$$\frac{n\,A}{a_{22}}\lambda^2 + n\,a_{22}\left(\mu + \frac{a_{12}}{a_{22}}\lambda\right)^2 = \frac{n\,A}{a_{22}}\lambda^2 + n\,a_{22}\,\nu^2\,. \quad \text{(II)}$$

Nimmt man dann an, dass

$$\lambda^2 = \frac{t^2}{n^2}\,S\,(u^2) \quad \text{und} \quad \nu^2 = \frac{w^2}{n^2}\,S\,(z^2)\,,$$

so wird

$$\nu^2 = \left(\mu + \frac{a_{12}}{a_{22}}\lambda\right)^2 = \mu^2 + \frac{2\,a_{12}}{a_{22}}\mu\lambda + \left(\frac{a_{12}}{a_{22}}\right)^2\lambda^2$$

$$= \frac{w^2}{n^2}\left[S\,(v^2) + \frac{2\,a_{12}}{a_{22}}S\,(u\,v) + \left(\frac{a_{12}}{a_{12}}\right)^2 S\,(u^2)\right].$$

Mit diesen Werten entsteht die Gleichung

$$n\,(a_{11}\lambda^2 + 2\,a_{12}\lambda\mu + a_{22}\mu^2) = \frac{A\,t^2 + a_{12}{}^2\,w^2}{n\,a_{22}}\,S\,(u^2) +$$

$$+ \frac{2\,a_{12}\,w^2}{n}\,S\,(u\,v) + \frac{a_{22}\,w^2}{n}\,S\,(v^2)\,,$$

wonach

$$\lambda^2 = \frac{A\,t^2 + a_{12}{}^2\,w^2}{a_{11}\,a_{22}} \cdot \frac{S\,(u^2)}{n^2}\,,\ \lambda\mu = w^2\,\frac{S\,(u\,v)}{n^2}\,,\ \mu^2 = w^2\,\frac{S\,(v^2)}{n^2}$$

Da nun aber nach der einen Voraussetzung $\lambda^2 = \frac{t^2}{n^2}\,S\,(u^2)$ sein soll, so kann nicht gleichzeitig die zweite Gleichung für λ^2 bestehen. Setzt man aber $w = t$, so erhält man wieder

$\lambda^2 = t^2\,\frac{S\,(u^2)}{n^2}$ und gleichzeitig auch $\lambda\mu = t^2\,\frac{S\,(u\,v)}{n^2}\,,\ \mu^2 = t^2\,\frac{S\,(v^2)}{n^2}$.

ERWAEHNTE LITERATUR

1. LAPLACE. *Théorie analytique des probabilités. Seconde Edition,* Paris, 1814.
   Neuere Bearbeitungen z. B. bei
   a) GEORGE BIDDELL AIRY. *On the algebraical and numerical theory of errors of observations and the combination of observations.* Cambridge, London, 1861.
   b) HERZ. *Wahrscheinlichkeits- und Ausgleichungsrechnung.* Leipzig, 1900.
2. POISSON. *Lehrbuch der Wahrscheinlichkeitsrechnung und deren wichtigsten Anwendungen.* Deutsch bearbeitet von Schnuse, Braunschweig, 1841.
3. BESSEL. *Untersuchungen über die Wahrscheinlichkeit der Beobachtungsfehler.* « Astronomische Nachrichten », Bd. 15 (1838), Nr. 358-359.
   Neuere Bearbeitungen z. B. bei
   a) ZACHARIAE. *De mindste Kvadraters Methode.* Nyborg, 1871.
   b) HACK. *Wahrscheinlichkeitsrechnung.* Leipzig, 1911.
4. BIENAYMÈ. *Mémoire sur la probabilité des erreurs.* « S. Liouville's Journal des Mathématiques pures et appliquées ». Band XVII, 1852.
   Neuere Bearbeitungen z. B. bei
   a) HULTMAN. *Minsta Quadratmetoden.* Stockholm, 1860.
   b) MEYER-CZUBER. *Vorlesungen über Wahrscheinlichkeitsrechnung.* Leipzig, 1879.
5. CZUBER. *Wahrscheinlichkeitsrechnung und ihre Anwendung auf Fehlerausgleichung.* « Statistik und Lebensversicherung ». Erster Band, Dritte Auflage, Leipzig und Berlin, 1914.
   Eine andere Darstellung CROFTON's enthält *Timerding, Die Analyse des Zufalls.* Braunschweig, 1915.
6. FOERSTER. *Das Fehlergesetz.* « Zeitschrift für Vermessungswesen », Jahrgang 1915, Heft 3.
7. CZUBER. *Die Entwichlung der Wahrscheinlichkeitstheorie und ihrer Anwendungen.* Leipzig, 1899, (siehe auch Hack).
8. COOLIDGE. *Einführung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung.* Deutsche Bearbeitung von Urban. Leipzig, 1927.
9. BERTRAND. *Calcul des probabilités.* Paris, 1907.
10. *a*) SCHOLS. *Over de Theorie der Fouten in de Ruimte en in het platte Vlack.* « Natuurk. Verh. der Koninkl. Akademie ». Deel XV, 1875.
    b) CZUBER. *Theorie der Beobachtungsfehler.* Leipzig, 1871.
    c) WELLISCH. *Theorie und Praxis der Ausgleichungsrechnung.* Wien und Leipzig, 1910.
    d) POINCARÉ. *Calcul des probabilités.* Paris, 1912.

e) N. Sabudski - Ritter von Eberhard. *Die Wahrscheinlichkeitsrechnung und ihre Anwendung auf das Schiessen und auf die Theorie des Einschiessens.* Stuttgart, 1906.

f) Hack (cfr. Nr. 3, *b*).

g) Jordan. *Statistique mathématique.* Paris, 1927.

h) Wirth. *Spezielle psychologische Massmethoden.* « Handbuch der biologischen Arbeitsmethoden ». Berlin - Wien, 1920.

i) Darmois. *Statistique mathématique,* Paris, 1928.

k) Burileano. *Probabilité du tir.* Paris, 1911.

l) Castelnuovo. *Calcolo delle probabilità.* Vol. II, Bologna, 1928.

m) Elderton. *Frequency Curves and Correlation.* London, 1927.

11. Cfr. Czuber, Nr. 10, *b*.

12. Cfr. Czuber, Nr. 5.

13. *a*) Lejeune - Dirichlet. *Vorlesungen über die Lehre von den einfachen und mehrfachen bestimmten Integralen.* Herausgegeben von Arndt. Braunschweig, 1904.

b) Thomae. *Vorlesungen über bestimmte Integrale und die Fourierschen Reihen.* Leipzig und Berlin, 1908.

14. Dienger. *Ausgleichung der Beobachtungsfehler nach der Methode der kleinsten Quadratsummen.* Braunschweig, 1857.

15. Fuhrmann. *Analytische Geometrie der Kegelschnitte.* Berlin, 1884.

Im Uebrigen verweist der Verfasser auch auf den Literaturnachweis in seinem früheren Aufsatz.

S. KULLBACK

A note on the multiple correlation coefficient [1]

The analysis of variance as developed by Dr. R. A. FISHER (2), involves the use of different estimates of variance « obtained largely by inferences based on the number of degrees of freedom of the variates rather than upon formal mathematical proofs » (3). The various estimates of variance involved in a set of independent items classified in some relevant manner into N sets of s items each (4) ; and into N sets of s_i $(i = 1, 2, \ldots, N)$ items each (5) (the study of the correlation ratio for uncorrelated material) have been established without making use of arguments involving the number of degrees of freedom of the items concerned. In this note we shall establish the various estimates of variance for the analysis of the multiple correlation coefficient from uncorrelated material without introducing any arguments involving the number of degrees of freedom.

Consider a sample of N independent items drawn at random from the n variate normal population whose distribution law is

$$(1) \qquad e^{-\theta/2}/\sigma\,(2\pi)^{n/2}$$

where $\theta = \sum_{p=1}^{n} (x_p - m_p)^2/\sigma_p^2$, with m_p and σ_p the mean and stan-

(1) Presented to the American Mathematical Society, April 19, 1935.

(2) « Proceedings of the International Math. Congress », Toronto, (1924), Vol. 2, pp. 805-813.

(3) RIETZ, H. L. « Bulletin American Math. Soc. », Vol. 38, 1932, p. 731.

(4) RIETZ, H. L., loc. cit.

(5) KULLBACK, S. « Annals of Mathematical Statistics », Vol. 6, 1935, n. 2.

daid deviation, respectively, in the population of the $p-th$ variate and $\sigma = \sigma_1 \sigma_2 \ldots \sigma_n$.

In the sample, let

$$\bar{x}_p = (1/N) \sum_{\alpha=1}^{N} x_{p\alpha} \text{ and}$$

$$a_{pq} = (1/N) \sum_{\alpha=1}^{N} (x_{p\alpha} - \bar{x}_p)(x_{q\alpha} - x_q) = a_{qt}$$

where $x_{p\alpha}$ is the value of the $p-th$ variate in the $\alpha-th$ sample. It has been shown (1) that the simultaneous distribution law of the set $\{a_{pq}\}$ $(p, q = 1, 2, \ldots, n)$ is given by

$$(2) \quad f(a) = \frac{(N/2)^{n(N-1)/2}}{\sigma^{N-1} \pi^{n(n-1)/2} \prod_{p=1}^{n} \left|\left(\frac{N-p}{2}\right)\right|} e^{-N\varphi/2} |a_{pq}|^{\frac{N-n-2}{2}}$$

where $\varphi = \sum_{p=1}^{n} a_{pp}/\sigma_p^2$ and $|a_{pq}|$ is the determinant of the matrix $\|a_{pq}\|$.

Let $u = a_{11}$ and $v = \log |a_{pq}| / |a_{pq}|_{11}$ where $|a_{pq}|_{11}$ is the cofactor of a_{11} in $|a_{pq}|$ $(p, q = 1, 2, \ldots, n)$, then the characteristic function (2) of the simultaneous distribution law of u and v is given by

$$(3) \qquad \varphi(s, t) = \int e^{isa_{11}} |a_{pq}|^{it} |a_{pq}|_{11}^{-it} f(a)\, da$$

where $i = \sqrt{-1}$ and the integration is to be taken over the field of all possible values of the a_{pq} $(p, q = 1, 2, \ldots, n)$.

To evaluate the integral in (3), we make use of a more general integral evaluated by Dr. S. S. Wilks (3) from which there results

$$(4) \quad \varphi(s,t) = (N/2\sigma_1^2)^{(N-1)/2} (N/2\sigma_1^2 - is)^{-(N-1)/2-it} \left|\left(\frac{N-n}{2} + it\right)\right| \Big/ \left|\left(\frac{N-n}{2}\right)\right|.$$

The simultaneous distribution law of u and v is given by (4)

---

(1) Wishart, J. « Biometrika », Vol. 20 *A*, 1928, pp. 32-52.

(2) Kullback, S. *An Application of Characteristic Functions to the Distribution Problem of Statistics*. « Annals of Math. Statistics », Vol. 5, 1934, pp. 263-307.

(3) « Annals of Mathematical Statistics », Vol. 3, 1932, pp. 196-203.

(4) Kullback, S., loc. cit.

$$(5) \qquad P(u, v) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-isu-itv} \varphi(s, t)\, ds\, dt$$

To evaluate (5) with $\varphi(s, t)$ as given in (4), we make use of the following known integrals (1)

$$(6) \int_{-a-i\infty}^{-a+i\infty} h^z |(-z)|\, dz = 2\pi i\, e^{-h},\ a > 0,\ -\frac{\pi}{2} < \text{amph} < \frac{\pi}{2}$$

$$(7) \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-ibx}}{(r - ix)^a}\, dx = \frac{2\pi}{|(a)|} b^{a-1} e^{-br},\ a > 0,\ b > 0,\ r > 0$$

from which there results

$$(8) \quad P(u, v) = \frac{(N / 2\sigma_1^2)^{(N-1)/2} (u - e^v)^{(n-3)/2}}{\left|\left(\frac{N-n}{2}\right)\right| \left|\left(\frac{n-1}{2}\right)\right|} e^{\frac{N-n}{2} v - \frac{Nu}{2\sigma_1^2}} \quad (u \geqq e^v).$$

Let $e^v = w$, so that

$$(9) \quad D(u, w)\, du\, dw = \frac{(N / 2\sigma_1^2)^{(N-1)/2} w^{(N-n-2)/2} (u - w)^{(n-3)/2} e^{-\frac{Nu}{2\sigma_1^2}}}{\left|\left(\frac{N-n}{2}\right)\right| \left|\left(\frac{n-1}{2}\right)\right|} du\, dw \quad (u \geqq w)$$

From (9) it may be shown that (2)

$$(10) \quad \begin{cases} E(u) = \int u\, D(u, w)\, du\, dw = \dfrac{N-1}{N} \sigma_1^2 \\ E(w) = \int w\, D(u, w)\, du\, dw = \dfrac{N-n}{N} \sigma_1^2 \\ E(u-w) = \int (u-w)\, D(u, w)\, du\, dw = \dfrac{n-1}{N} \sigma_1^2 \end{cases}$$

where $E(X)$ represents the expected value of the expression in the parenthesis.

The set of equations in (10) is equivalent to the statement that the following estimates of variance have the same expected value:

---

(1) Mac Robert, T. M. *Functions of a Complex Variable*. MacMillan, Ist. Ed., 1925, pp. 151, 67.

(2) Cf. : Neyman J. and Pearson, E. S. « Biometrika », Vol. 20 *A*, 1928, pp. 273-274.

$$(11)\quad \begin{cases} V_1 = \dfrac{S_1}{N-1} & \text{where } S_1 = \sum_{\alpha=1}^{N} \left(x_{1\alpha} - \bar{x}_1\right)^2 \\ V_2 = \dfrac{S_2}{N-n} & \text{where } S_2 = \sum_{\alpha=1}^{N} \left(\left[x_{1\alpha} - \bar{x}_1\right] - \left[X_{1\alpha} - \bar{X}_1\right]\right)^2 \\ V_3 = \dfrac{S_3}{n-1} & \text{where } S_3 = \sum_{\alpha=1}^{N} \left(X_{1\alpha} - \bar{X}_1\right)^2, \end{cases}$$

and X_1 is the valus of x_1 computed from the regression (1) of x_1 on $x_2, x_3, \ldots, x_n$ and the multiple correlation coefficient R is given by $R^2 = S_3 / S_1$.

From (9) there is readily derived the well-known distribution (2) of $R^2 = 1 - w/u$

$$(12)\quad D(R^2)\, d R^2 = \frac{\left|\left(\frac{N-1}{2}\right)\right|}{\left|\left(\frac{N-n}{2}\right)\right| \left|\left(\frac{n-1}{2}\right)\right|} (R^2)^{(n-3)/2} (1-R^2)^{(N-n-2)/2}\, d R^2.$$

It is also evident from (9) that w and $u - w$ are independently distributed; in fact, the simultaneous distribution of $w = \dfrac{N-n}{N} v_2$ and $u - w = \dfrac{n-1}{N} v_3$ in given by

$$(13)\quad D(v_2, v_3)\, d v_2\, d v_3 = \frac{\left(\frac{N-n}{2\sigma_1^2}\right)^{\frac{N-n}{2}} \left(\frac{n-1}{2\sigma_1^2}\right)^{\frac{n-1}{2}}}{\left|\frac{N-n}{2}\right| \left|\frac{n-1}{2}\right|} v_2^{\frac{N-n-2}{2}} e^{-\frac{N-n}{2\sigma_1^2} v_2}$$

$$v_3^{\frac{n-3}{2}} e^{-\frac{n-1}{2\sigma_1^2} v_3}\, d v_2\, d v_3$$

Thus $z = \dfrac{1}{2} \log \dfrac{v_3}{v_2}$ is distributed in Fisher's « z-distribution », where v_3 has $(n-1)$ and v_2 has $(N-n)$ degrees of freedom and may be employed to test the significance of an observed multiple correlation (3).

---

(1) Rietz, H. L. « Mathematical Statistics », Chicago, Open Pub. Co., Ist. Ed., 1929, Section 33.

(2) Fisher R. A., loc. cit.

(3) Fisher R. A., loc. cit.

Fisher R. A. *Statistical Methods for Research Workers*, 4th Ed., Oliver and Boyd : London, 1932, pp. 238-241 and Table VI.

Let us apply the theory to the following data which represent the number of occurrences of the letters E, D, N, R, S, T, observed per 100 letters of ordinary English text, where, we use x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, to represent the occurrences of E, D, N, R, S, T, respectively.

TABLE I. $N = 25$, $n = 6$

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
19	2	7	8	4	9	17	8	8	7	2	9
11	8	10	8	13	4	14	5	5	8	8	11
11	6	6	5	10	12	13	5	8	8	9	12
14	2	3	8	8	10	12	4	14	6	6	5
12	8	6	9	9	7	15	4	11	6	8	11
16	2	8	8	6	6	14	4	6	11	4	12
16	5	11	6	6	13	19	5	6	4	6	4
10	2	11	6	6	10	8	5	7	4	2	14
8	4	14	10	4	11	12	4	11	9	3	8
18	2	14	6	3	8	16	7	6	10	7	6
17	2	7	12	4	8	14	3	10	8	7	15
12	4	8	12	7	5	—	—	—	—	—	—
						343	112	212	192	160	226

From the observations recorded in Table I there are obtained the following:

$$\bar{x}_1 = 13.72\,,\ \bar{x}_2 = 4.48\,,\ \bar{x}_3 = 8.48\,,\ \bar{x}_4 = 7.68\,,\ \bar{x}_5 = 6{,}40\,,\ \bar{x}_6 = 9.04$$

$$\begin{aligned}
Na_{11} &= 227.04 \\
Na_{12} &= -30.64 \\
Na_{13} &= -44.64 \\
Na_{14} &= -8.24 \\
Na_{15} &= -44.20 \\
Na_{16} &= -48.72 \\
Na_{22} &= 90.24 \\
Na_{23} &= -24.76 \\
Na_{24} &= -7.16 \\
Na_{25} &= 49.20
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Na_{26} &= -26.48 \\
Na_{33} &= 208.24 \\
Na_{34} &= -9.16 \\
Na_{35} &= -44.80 \\
Na_{36} &= -7.48 \\
Na_{44} &= 139.44 \\
Na_{45} &= -7.80 \\
Na_{46} &= -55.18 \\
Na_{55} &= 178.00 \\
Na_{56} &= -39.40 \\
Na_{66} &= 228.96
\end{aligned}$$

We shall use the above data to determine the regression of x_1 on x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, and calculate the various estimates of variance.

The values of the partial regression coefficients b_2, b_3, b_4, b_5, b_6 of the regression equation

$$(14) \qquad X_{1\alpha} - \bar{X}_1 = b_2 (x_{2\alpha} - \bar{x}_2) + b_3 (x_{3\alpha} - \bar{x}_3) + b_4 (x_{4\alpha} - \bar{x}_4) + \\ + b_5 (x_{5\alpha} - \bar{x}_5) + b_6 (x_{6\alpha} - \bar{x}_6)$$

are found by solving the set (1)

$$(15) \begin{cases} 90.24\, b_2 - 24.76\, b_3 - 7.16\, b_4 + 49.20\, b_5 - 26.48\, b_6 = -30.64 \\ 24.76\, b_2 + 208.24\, b_3 - 9.16\, b_4 - 44.80\, b_5 - 7.48\, b_6 = -44.64 \\ -7.16\, b_2 - 9.16\, b_3 + 139.44\, b_4 - 7.80\, b_5 - 55.18\, b_6 = -8.24 \\ -49.20\, b_2 - 44.80\, b_3 - 7.80\, b_4 + 178.00\, b_5 - 39.40\, b_6 = -44.20 \\ -26.48\, b_2 - 7.48\, b_3 - 55.18\, b_4 - 39.40\, b_5 + 228.96\, b_6 = -48.72 \end{cases}$$

The solution of the set (15) is given by

$$b_2 = -0.40094\,,\ b_3 = -0.35879\,,\ b_4 = -0.27749\,,\ b_5 = -0.32718\,,\\ b_6 = -0.39405$$

Singe, (2) using the notation of (11), $S_3 = N a_{12} b_2 + \\ + N a_{13} b_3 + N a_{14} b_4 + N a_{15} b_5 + N a_{16} b_6$ and $S_2 = S_1 - S_3$

we have

$$(16) \begin{cases} S_1 = 227.04, & v_1 = 227.04/24 = 9.640 \\ S_2 = 162.79282, & v_2 = 162.79282/19 = 8.568 \\ S_3 = 64.24718, & v_3 = 64.24718/5 = 12.849 \end{cases}$$

Therefore $z = \frac{1}{2} (\log v_3 - \log v_2) = 1.27664 - 1.07402 =$

$= 0.20262$, and since it is found in Table VI of FISHER's *Statistical Methods for Research Workers* that for n_1 (our $n - 1$) $= 5$ and n_2 (our $N - n$) $= 19$ the 5 % point of the z distribution is given by 0.5040, it is clear that there is no reason for assigning particular significance to the multiple correlation coefficient given by $R^2 = 64.247/227.04 = .283$. In fact, as may be seen from (12), the expected value of R^2 is $(n - 1)/(N - 1) = 5/24 = .208$.

(1) Cf. : FISHER R. A., op. cit. p. 143.
(2) Cf. : FISHER R. A., op. cit., p. 145, 239.

S. KOLLER

Die Analyse der Abhaengigkeitsverhaeltnisse in zwei Korrelationssystemen

I.

In der *Korrelationsrechnung* ist seit einigen Jahrzehnten eine Methode zur statistischen Erforschung der Zusammenhänge mehrerer Grössen entwickelt worden. Dabei sind aus dem ganzen Komplex der Zusammenhangsforschung besonders zwei Problemgruppen herausgegriffen und eingehend behandelt worden:

1. *Die Korrelation.* Dabei wird geprüft, ob zwischen den beiden Variablen X und Y überhaupt eine merkliche Beziehung besteht, und wie eng sie ist.

2. Die *Regression* [1], die Schätzung des Wertes der einen Variablen aus der Kenntnis der anderen.

Ein drittes wichtiges Gebiet wurde dagegen fast vollständig vernachlässigt: die *Darstellung des Gesetzes, das dem Korrelationssystem zugrunde liegt.* Im praktischen Fall wird häufig die Aufgabe gestellt, den quantitativen Ausdruck eines Zusammenhanges anzugeben. Im Laufe der Betrachtungen wird dann aber oft ganz unmerklich von dieser Fragestellung abgegangen, und das Ergebnis am Schluss bezieht sich nur noch auf die Korrelation

(1) Der Ausdruck « Regression » stammt von GALTON und bezieht sich auf eine — jetzt überholte — Anschauung aus der Vererbungslehre. Man hat für die « Regressionsgeraden » verschiedene andere Bezeichnungen vorgeschlagen, wie « charakteristische Geraden », « Beziehungsgeraden » die aber auch nicht sehr zutreffend sind. Hier soll der Ausdruck « Regression » beibehalten und im Sinne der obenstehenden Definition gebraucht werden.

oder Regression. aber nicht mehr auf das Ausgangsproblem der Darstellung des zugrundeliegenden Gesetzes.

Es ist ohne weiteres anzunehmen, dass zwischen dem Problem der Regression und dem der Darstellung des Gesetzes Zusammenhänge bestehen. Man wird *z. B.* die Beziehung zwischen Lebensalter und Körpergrösse instinktiv durch die Regressionslinie der Körpergrösse in bezug auf das Lebensalter ausdrücken, also durch eine Linie durch die Mittelwerte der Körpergrösse in den verschiedenen Altersgruppen. Hier ist der sachliche Grund der Beziehung klar. In anderen Fällen, in denen man darüber gar nicht oder nur unvollständig orientiert ist, befriedigt die Aufstellung einer oder auch beider Regressionslinien nicht mehr.

Dies ist verständlich, wenn man berücksichtigt, dass bei der Berechnung jeder Regressionslinie *eine* Variable besonders bevorzugt ist. Bei so ausgesprochen einseitigen Beziehungen wie zwischen Alter und Grösse stört das nicht, wohl aber in anderen weniger klaren Fällen. Man hat als Ergänzung zu den beiden Regressionsgeraden noch eine dritte Gerade berechnet, bei der beide Variablen gleichmässig berücksichtigt sind. W. WIRTH [1] sah in ihr die zweckmässigste Darstellung desGesetzes (*vgl. S.* 109).

Es ist aber offenbar unmöglich, allgemein eine dieser drei Geraden als Gesetz anzusehen, denn ausschlaggebend ist der sachliche Grund der Beziehung, die gegenseitige Stellung der Variablen im Kausalsystem. Wenn demnach eine Untersuchung über die Darstellung des Gesetzes nicht von vornherein aussichtslos sein soll, müssen gleichzeitig auch die verschiedenen Möglichkeiten des Kausalzusammenhanges betrachtet werden. Beide Probleme sind untrennbar verbunden.

Damit wird also auch die *gegenseitige Stellung der Variablen* in die Betrachtung einbezogen und so ein viertes, bisher ebenfalls vernachlässigtes Gebiet der Zusammenhangstorschung berührt. Bei statistischen Beziehungen sind X und Y nicht immer gleichberechtigt und vertauschbar, wie z. B. beim Wachstum des rechten und linken Armes, und es besteht auch nicht immer eine so klare Uberordnung einer Variablen über die andere wie bei Alter und Grösse. Es ist eine fühlbare Lücke in der bisherigen Korrelationstheorie, dass sich eine Uberordnung der einen oder anderen

---

(1) W. WIRTH: *Spezielle pshychophysische Massmethoden.* Abderhaldens Hdbch d. biol Arbeitsmethode VI, A. S. 1-349, 1920.

Grösse bez. ihre Gleichberechtigung in keinem statistischen Kriterium auch nur andeutungsweise erkennen liess.

Die hier angedeuteten Probleme können erst dann etwas greifbarer werden, wenn man einen neuen Ausgangspunkt gewinnt. Die folgende einfache Uberlegung zeigt den Weg dazu: Der *Schwerpunkt* eines Korrelationssystems muss auf jeden Fall dem zugrunde liegenden Gesetz sehr nahe liegen. Beruht nun auf demselben Gesetz eine zweite Beobachtungsreihe, aber an einer anderen Stelle des Koordinatenfeldes, so muss auch dessen Schwerpunkt dem Gesetz nahe liegen. Ist das Gesetz linear, so muss die *Verbindungslinie der beiden Schwerpunkte* eine gute Approximation sein.

Damit ist der Ausgangspunkt, nämlich die Darstellung des Gesetzes, sichergestellt, und es soll nun im folgenden die Lage dieses Gesetzes in bezug auf das Korrelationssystem und auf die Regressionsgeraden näher untersucht werden.

II.

Zunächst sollen einige Beispiele, in denen auch das wahre Gesetz bekannt ist, behandelt werden.

---

(1) Die Variablen sind stets mit X und Y, die Versuchszahl mit n bezeichnet. Ihre Mittelwerte sind $\overline{X}$ und $\overline{Y}$, die Abweichungen vom Mittelwert $x = X - \overline{X}$ und $y = Y - \overline{Y}$ Die mittleren Fehler sind

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\Sigma x_i^2}{n-1}}, \quad \sigma_y = \sqrt{\frac{\Sigma y_i^2}{n-1}}$$

Der Korrelationskoeffizient r

$$r_{xy} = \frac{\Sigma x_i y_i}{\sqrt{\Sigma x_i^2 \Sigma y_i^2}}$$

Die Gleichungen der Regressionsgeraden sind

$$Y - \overline{Y} = b \,.\, (X - \overline{X}),$$

wobei der Richtungskoeffizient der flachen Regressionsgeraden von Y in bezug auf X, kurz Regressionsgerade (y/x) genannt, mit

$$b_1 = R_{y/x} = r \,.\, \frac{\sigma_y}{\sigma_x}$$

Beispiel 1. — Aus mehreren Spielen von 52 Bridge-Karten wurden die Asse herausgenommen. In verschiedenen Versuchsanordnungen wurde dann die Beziehung zwischen der Häufigkeit Y der Karten 2, 3, 4 und 5 und der Häufigkeit X der Karten 6, 7, 8, 9, 10, Bube, Dame und König untersucht. Das Gesetz ist hier stets $Y = \frac{1}{2} X$.

a. In der ersten Versuchsanordnung wurde zuerst mit 4 Würfeln gewürfelt. Die Summe der Augen wurde als X genommen. Dann wurden so lange Karten gezogen, bis man die X — te Karte (6) bis (König) erhielt. Die Anzahl der Karten (2) bis (5), die dabei aufgetreten waren, ergab das Y. Man bestimmte also X vorher und suchte dann das zu diesem X gehörende Y.

Man erkennt, dass hier *die Versuchsanordnung genau der Fragestellung der Regressionsgeraden von* Y *in bezug auf* X *nachgebildet ist.* Es ergaben sich bei 300 Versuchen folgende statistischen Konstante:

die Mittelwerte	$\overline{X}$	$= 13{,}78$	
	$\overline{Y}$	$= 6{,}79$	
die mittleren Fehler	σ_x	$= 3{,}266$	
	σ_y	$= 3{,}114$	
der Korrelationskoeffizient	r_{xy}	$= 0{,}488$	
die flache Regressionsgerade (y/x)	Y	$= 0{,}465\ X +$	$0{,}38$
die steile Regressionsgerade (x/y), nach Y aufgelöst	Y	$= 1{,}953\ X -$	$20{,}12$

b. Gleiche Versuchsanordung wie bei a; nur wurde X als Summe der Augen von 8 Würfeln bestimmt, wodurch die

---

und der der steilen Regressionsgeraden (x/y) mit

$$b_2 = \frac{1}{R_{x/y}} = \frac{\sigma_y}{r \cdot \sigma_x}$$

bezeichnet wird.

Der Richtungskoeffizient der Schwerpunktsverbindung ist

$$d = \frac{\overline{Y}_1 - \overline{Y}_2}{\overline{X}_1 - \overline{X}_2},$$

wobei der Index die Zugehörigkeit zum ersten bez. zweiten Korrelationssystem bezeichnet.

Die mittleren Fehler von b_1, b_2 und d sind in Abschnitt 5 angegeben.

Zahlen ungefähr verdoppelt wurden. Hier ergab sich in 300 Versuchen :

$$\overline{X} = 28{,}23$$
$$\overline{Y} = 13{,}92$$
$$\sigma_x = 4{,}723$$
$$\sigma_y = 4{,}369$$
$$r_{xy} = 0{,}595$$

Regressionsgerade (y/x) $\quad Y = 0{,}550\ X - 1{,}61$

Regressionsgerade (x/y) $\quad Y = 1{,}555\ X - 29{,}98$

Die beiden Versuchsreihen a und b haben die gleiche Versuchsanordnung und das gleiche Gesetz und sind nur gegeneinander verschoben. Als Darstellung des Gesetzes lässt sich die Verbindungslinie der beiden Mittelpunkte berechnen :

$$Y = 0{,}493\ X + 0{,}00$$

Ihr Richtungskoefflzient mit seinem mittleren Fehler ist

$$d = 0{,}493 \pm 0{,}018\ .$$

Die Ubereinstimmung mit dem wahren Wert $\frac{1}{2}$ ist gut.

Ein Blick auf die statistischen Konstanten und die Figur 1 zeigt ferner, dass beidemal die sinngemässe Regressionsgerade von Y in bezug auf X dem zugrunde liegenden Gesetz $Y = \frac{1}{2} X$ sehr nahe kommt, während die andere weit davon entfernt ist. Die Richtungskoeffizienten und ihre mittleren Fehler sind im

Beispiel 1 *a* $\quad b_1 = 0{,}465 \pm 0{,}048$

$\quad b_2 = 1{,}953 \pm 0{,}201$

und im Beispiel 1 *b* $\quad b_1 = 0{,}550 \pm 0{,}043$

$\quad b_2 = 1{,}555 \pm 0{,}122$

b_1 stimmt also in den Fehlergrenzen gut mit dem wahren Wert $\frac{1}{2}$ und mit dem empirisch aus der Schwerpunktsverbindung gefundenen $0{,}493 \pm 0{,}018$ überein.

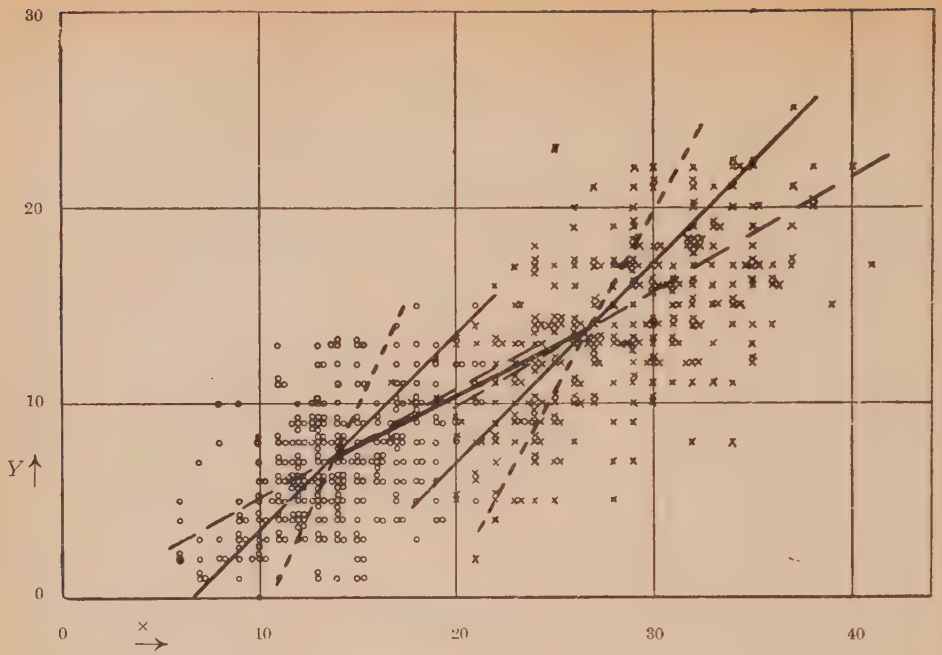


Fig. 1. — Kartenversuch 1. X ist zuerst bestimmt, Y davon abhängig.

——— Hauptgerade (Vgl. S. 111)
— — — Regressionsgerade (x/y)
- - - - - - - - » (y/x)
▬▬▬ Schwerpunktsverbindung.

Beispiel 2 a. — In den bei Beispiel 1 verwandten Karten wurde die Versuchsanordnung geändert. Mit 2 Würfeln wurde jetzt der Wert Y vorher bestimmt. Dann wurden Karten gezogen bis zur Y — ten Karte (2) bis (5) : X ergab sich dann als Anzahl der dabei gefundener Karten (6) bis (König). Umgekehrt wie im Beispiel 1 wurde hier also Y vorher bestimmt und dann das dazugehörige X anfgesucht. Die *Versuchsanordnung entspricht jetzt der Fragestellung der steilen Regressionsgeraden, nämlich der von* X *in bezug auf* Y.

Es ergab sich bei 300 Versuchen:

$$\overline{X} = 13{,}65$$
$$\overline{Y} = 7{,}07$$
$$\sigma_x = 6{,}775$$
$$\sigma_y = 2{,}428$$
$$r_{x/y} = 0{,}684$$

Regressionsgerade (y/x) $\quad Y = 0{,}245\ X + 3{,}73$

Regressionsgerade (x/y) $\quad Y = 0{,}523\ X - 0{,}07$

b. Gleiche Versuchsanordnung wie bei 2^a; nur wurde Y als Summe der Augen von 4 Würfeln bestimmt. Es ergab sich bei 300 Versuchen:

$$\overline{X} = 26{,}64$$
$$\overline{Y} = 13{,}78$$
$$\sigma_x = 9{,}915$$
$$\sigma_y = 3{,}266$$
$$r_{xy} = 0{,}690$$

Regressionsgerade (y/x) $\quad Y = 0{,}227\ X + 7{,}73$

Regressionsgerade (x/y) $\quad Y = 0{,}477\ X + 1{,}07$

Die Verbindungslinie der Schwerpunkte von $2\,a$ und $2\,b$ ist

$$Y = 0{,}517 + 0{,}02$$

Der Richtungskoeffizient und sein Fehler ist $0{,}517 \pm 0{,}020$ und stimmt mit dem wahren Wert 0,5 gut überein.

Wie man aus der Versuchsanordnung erwarten muss, stimmt jetzt die steile Regressionsgerade mit dem Gesetz $Y = \frac{1}{2} X$ und mit der Schwerpunktsverbindung überein. Die Richtungskoeffizienten sind:

im Beispiel $2\,a$: $\quad b_1 = 0{,}245 \pm 0{,}015$

$\qquad\qquad\qquad\quad b_2 = 0{,}523 \pm 0{,}032$

im Beispiel $2\,b$: $\quad b_1 = 0{,}227 \pm 0{,}014$

$\qquad\qquad\qquad\quad b_2 = 0{,}477 \pm 0{,}029$

Hieraus und aus der Fig. 2 erkennt man die gute Übereinstimmung.

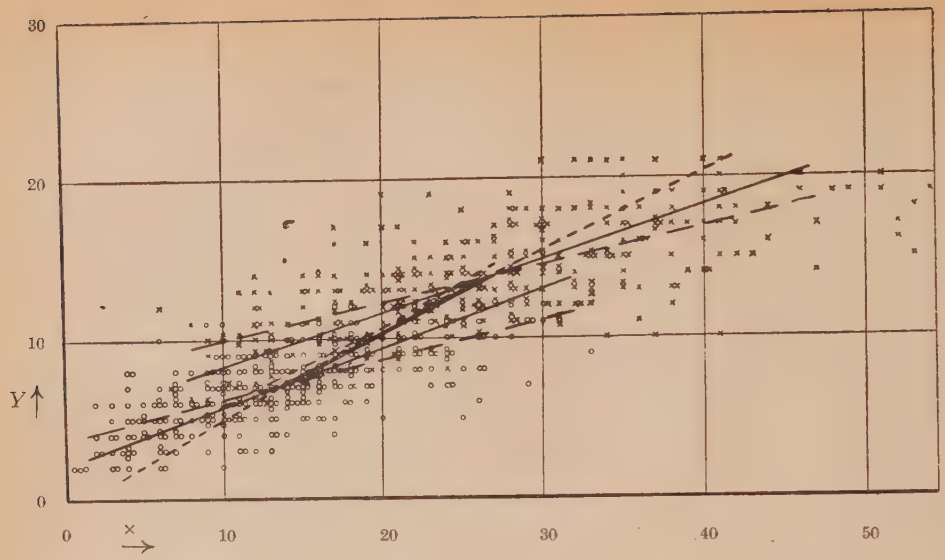


FIG. 2. — Kartenversuch 2. Y ist zuerst bestimmt, X davon abhängig.

——— Hauptgerade (Vgl. S. 111)
- - - - - - - - Regressionsgerade (x/y)
— — — — » (x/y)
▬▬▬ Schwerpunktsverbindung.

III.

In den beiden ersten Beispielen lagen ausgesprochen einseitige Beziehungsgesetze vor, die mit den entsprechenden Regressionslinien in den Fehlergrenzen übereinstimmten. In der Praxis weit häufiger sind aber die Fälle, in denen weder X noch Y bevorzugt ist, sondern beide etwa gleichberechtigt von dritten Grössen abhängen.

Für einen solchen Fall lässt sich eine entsprechende Gerade berechnen. Es sei in Erinnerung gebracht, dass man die Regressionsgerade von Y in bezug auf X erhält, indem man die senkrecht zur X — Achse gemessenen Abstände der Beobachtungswerte von der Geraden zum Minimum macht. Die Regressionsgerade von X auf Y erhält man auf demselben Wege, nur misst man hier die Abstände senkrecht zur Y — Achse. Im ersten Fall war X, im zweiten Y bevorzugt. Sollen nun X und Y gleichbe-

rechtigt sein, so kann man ebenso vorgehen, *diesmal aber die Abstände senkrecht zur Geraden selbst messen.*

Macht man die so gemessenen Abstände nach der Methode der kleinsten Quadrate zum Minimum, so erhält man die durch den Schwerpunkt gehende Gerade

$$y = a\,x$$

wobei

$$a = \frac{1}{2\,R_{x/y}} - \frac{1}{2\,R_{y/x}} + (\operatorname{sgn} r).\sqrt{\left(\frac{1}{2\,R_{x/y}} - \frac{1}{2\,R_{y/x}}\right)^2 + 1} \qquad (1)$$

ist [1]. W. Wirth (1920), L. J. Reed und C. Gini (1921) hoben die Wichtigkeit dieser Geraden hervor [2].

Bei Normalverteilung geht die Gerade in die Hauptachse der Ellipsen über.

Die Gerade hat aber in dieser Form noch den Nachteil, dass sie von der Wahl des Messungseinheiten von x und y abhängig ist ; denn bei Streckung oder Verkürzung des Systems ändert sich der Fusspunkt des Lotes von einem Punkt auf eine Gerade [3].

Man sieht dies in der Formel. Setzt man z. B. 10 x statt x, so wird

$$\Sigma\,(10\,x)^2 = 100\,.\,\Sigma\,x^2\,;\,\Sigma\,10\,x\,.\,y = 10\,.\,\Sigma\,x\,y$$

---

(1) Der einfacheren Schreibung halber sind hier die Regressionskoeffizienten Ry/x und Rx/y (vgl. S. 103) benutzt. sgn r (Signum r) bedeutet, dass der nachfolgende Ausdrucke das Vorzeichen von r erhält.

(2) W. Wirth (Zit. S. 2). Vgl. auch E. Czuber : *Zur Theorie der linearen Korrelation.* « Arch. f. d. ges. Psychol. » 41 S. 310-334, 1921 und W. Wirths Bemerkungen dazu S. 334-352, 1921.

L. I. Reed : *Fitting Straight Lines.* « Metron », I, S. 54-61, 1921.

C. Gini : *Sull'interpolazione di una retta quando i valori della variabile indipendente sono affetti da errori accidentali.* « Metron », I, S. 63-82, 1921.

Reed erwähnt, dass Pearson schon 1901 eine solche Ausgleichung. empfohlen hat.

Gini hat (1) als Spezialfall einer allgemeineren Ausgleichung aufgefasst, in der noch die Beobachtungsfehler von X und Y eingeführt sind. In dieser Arbeit sind diese zusätzlichen Beobachtungsfehler nicht berücksichtigt.

(3) Auch bei Berechnungen einer zweidimensionalen Gaussverteilung pflegt dies bisher unberücksichtigt zu bleiben.

und

$$\sigma_{10\,x} = \quad 10 \,.\, \sigma_x \,;\; r_{10\,x,\,y} = r_{x\,y}$$

$$R_{y/10\,x} = \frac{1}{10} \,.\, R_{y/x} \,;\; R_{10\,x/y} = 10 \,.\, R_{x/y} \,;$$

hier finden nur die sinngemässen Anderungen statt. Dagegen wird

$$a_{(10\,x\,,\,y)} = \frac{1}{20\,R_{x/y}} - \frac{1}{0\,,2\,R_{y/x}} + (\operatorname{sgn} r) \,.\, \sqrt{\left(\frac{1}{20\,R_{x/y}} - \frac{1}{0\,,2\,R_{y/x}}\right)^2 + 1}$$

$$\mp \frac{1}{10}\, a_{(x\,y)}$$

Da es aber ein Grundsatz jeder Rechnung ist, dass das Resultat von der zufälligen Wahl der Messungseinheit unabhängig ist, ist Gleichung (1) nicht brauchbar.

Der Vergleichbarkeit der Resultate halber ist es nötig, die Formel (1) durch Festlegung des Massstabes von x und y zu normieren. Wie stets in solchen Fällen, führt man die Variablen

$$x' = \frac{x}{\sigma_x}$$

und

$$y' = \frac{y}{\sigma_y}$$

ein, wodurch der mittlere Fehler Messungseinheit wird.

$$\sigma_{x'} = \sigma_{y'} = 1 \,.$$

Ferner wird

$$R_{x'/y'} = R_{y'/x'} = r_{x'\,y'} = r_{x\,y}$$

Aus der Formel (1) wird dann

$$a = (\operatorname{sgn} r) \,.\, 1 = \begin{cases} +1 \text{ bei positivem } r \\ -1 \text{ bei negativem } r \end{cases}$$

die Gerade wird also

$$y' = (\operatorname{sgn} r) \,.\, x'$$

oder

$$y = (\operatorname{sgn} r) \,.\, \frac{\sigma_y}{\sigma_x} \,.\, x$$

oder, wenn man die ursprünglichen Koordinaten einsetzt:

$$Y - \overline{Y} = (\operatorname{sgn} r) \,.\, \frac{\sigma_y}{\sigma_x} \,.\, (X - \overline{X}) \,. \qquad (2)$$

Diese Gerade, die sich nach Normierung der Variablen allen Punkten am besten anschmiegt, soll im folgenden kurz als *Hauptgerade* des Systems bezeichnet werden.

Ein *Beispiel* soll die Brauchbarkeit dieser Geraden zeigen, wenn einem Korrelationssystem ein Gesetz zugrunde liegt, das nicht einseitig X oder Y bevorzugt.

Beispiel 3. — Nimmt man Kastanienblätter mit einer ungeraden Zahl von Fingern, so sind entsprechenden Finger rechts und links vom mittelsten einander mehr oder weniger gleich. Trägt man auf der X — Achse die Länge eines Fingers auf der rechten Blattseite und auf der Y — Achse die Länge des entsprechenden Fingers links auf, so erhält man ein Korrelationsschema, dem das Gesetz $Y = X$ zugrunde liegt. Die Kreise in Figur 4 zeigen ein solches Bild. Es wurden im Mai während des Wachstums 120 solche Messungen gemacht. Die gleichen Blätter wurden im Juni wieder gemessen und sind in der Figur 3 durch Kreuze dargestellt.

Die statistischen Konstanten sind bei der ersten Messung

$$\begin{aligned} \overline{X} &= 64{,}04 \\ \overline{Y} &= 62{,}17 \\ \sigma_x &= 12{,}03 \\ \sigma_y &= 12{,}37 \\ r_{xy} &= 0{,}721 \end{aligned}$$

Regressionsgerade (y/x)	$Y = 0{,}741\ X + 14{,}72$
Regressionsgerade (x/y)	$Y = 1{,}427\ X - 29{,}22$
Hauptgerade	$Y = 1{,}028\ X - 3{,}66$

und bei der zweiten Messung

$$\begin{aligned} \overline{X} &= 77{,}83 \\ \overline{Y} &= 76{,}33 \\ \sigma_x &= 18{,}27 \\ \sigma_y &= 18{,}42 \\ r_{xy} &= 0{,}729 \end{aligned}$$

Regressionsgerade (y/x)	$Y = 0{,}735\ X + 19{,}12$
Regressionsgerade (x/y)	$Y = 1{,}383\ X - 31{,}31$
Hauptgerade	$Y = 1{,}008\ X - 2{,}12$

Die Schwerpunktsverbindung ist

$$Y = 1{,}027\ X - 3{,}60$$

Der Richtungskoeffizient mit seinem mittleren Fehler ist

$$d = 1{,}027 \pm 0{,}038$$

stimmt also mit dem wahren Wert 1 gut überein.

Die Richtungskoeffizienten von Regressionsgeraden und Hauptgeraden mit ihren mittleren Fehlern sind bei der ersten Messung

$$b_1 = 0{,}741 \pm 0{,}066$$
$$b_2 = 1{,}427 \pm 0{,}126$$
$$a = 1{,}028 \pm 0{,}064$$

und bei der zweiten Messung

$$b_1 = 0{,}735 \pm 0{,}063$$
$$b_2 = 1{,}383 \pm 0{,}118$$
$$a = 1{,}008 \pm 0{,}061$$

Man erkennt aus den Zahlen einwandfrei, dass keine der Regressionslinien das wahre Gesetz $Y = X$ innerhalb der Fehlergrenzen darstellt; die Hauptgerade liegt dagegen in den Grenzen des mittleren Fehlers und kann hier, ebenso wie die Schwerpunktsverbindung, als Darstellung des wahren Gesetzes angesehen werden [1].

---

(1) Hiervon bleibt unberührt, dass es im Einzelfall noch bessere Näherungsformeln geben mag. So hätte man in allen Beispielen davon Gebrauch machen können, dass die Gerade durch den Nullpunkt gehen muss, und dass daher $Y = \frac{\bar{Y}}{\bar{X}} X$ die beste Näherung ist. Der Uebertragbarkeit auf allgemeinere Fälle halber ist dies in den Beispielen nicht berücksichtigt.

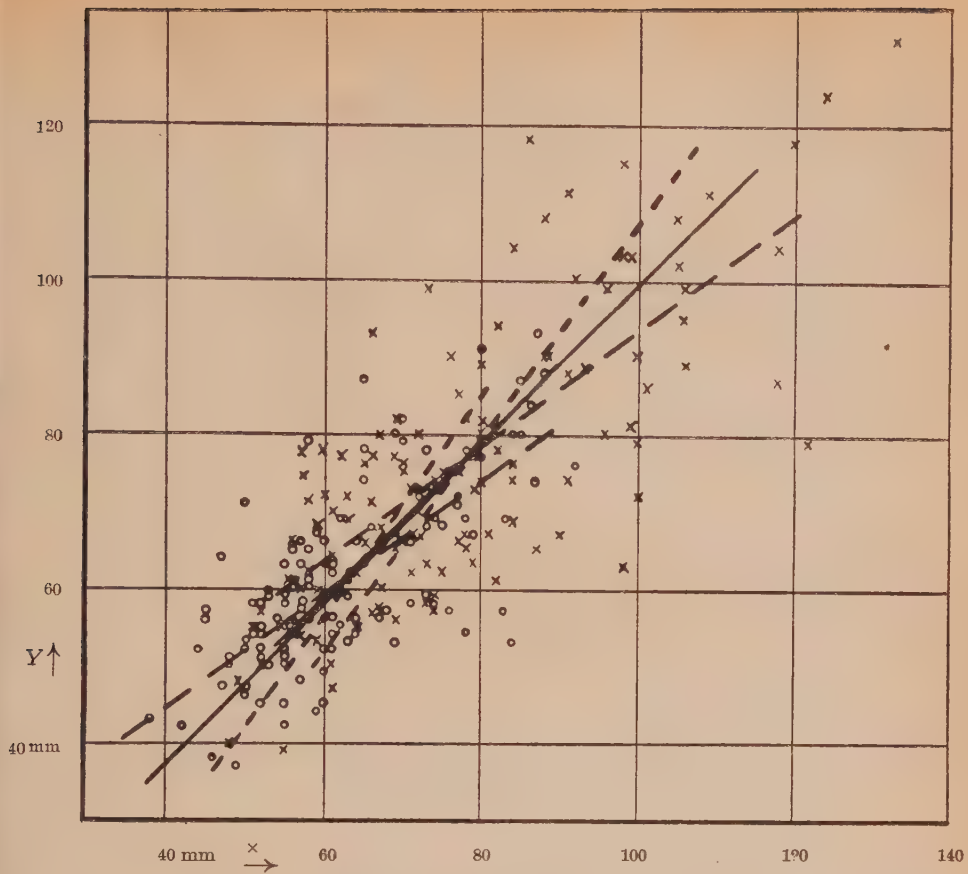


FIG. 3. — Messungen an Kastanienblattern (Beisp. 3).
——— Hauptgerade
- - - - - - - Regressionsgerade (x/y)
— — — » $(y/x]$
━━━ Schwerpunktsverbindung.

Es ist noch zu zeigen, dass in den beiden ersten Beispielen, in denen eine Regressionslinie das Gesetz $Y = \frac{1}{2} X$ darstellte, die Hauptgerade ausserhalb der Fehlergrenzen lag.

Im Beispiel 1 *a* war $a = 0{,}953 \pm 0{,}041$, bei 1 *b* war $a = 0{,}925 \pm 0{,}043$. Dies ist sicher verschieden vom wahren Wert 0,5 und auch von der Richtung der Schwerpunktsverbindung $d = 0{,}493 \pm 0{,}018$.

Im Beispiel 2 *a* war $a = 0{,}358 \pm 0{,}016$, bei 2 *b* war

$a = 0{,}329 \pm 0{,}014$. Auch hier ist ein sicherer Unterschied zum wahren Wert 0,5 und zur Richtung der Schwerpunktsverbindung $d = 0{,}517 \pm 0{,}020$ vorhanden.

IV.

Für das zugrunde liegende Gesetz (d. h. praktisch für die Schwerpunktsverbindung) ergaben sich bisher drei Stellungen im Korrelationssystem, nämlich die Übereinstimmung mit einer der beiden Regressionsgeraden bei einseitigen Beziehungen und mit der Hauptgeraden bei solchen, in denen X und Y gleich berechtigt und vertauschbar sind. Zwischen diesen beiden Typen gibt es auch Zwischenstufen, in denen das Gesetz dann auch eine entsprechende Zwischenlage zwischen den Geraden einnimmt, wie das folgende Beispiel zeigt.

Beispiel 4 a. — Wie in den Beispielen 1 und 2 wurde mit mehreren Kartenspielen ohne Asse das Gesetz $Y = \frac{1}{2} X$ dargestellt, wobei Y die Häufigkeit der Karten (2) bis (5) und X die der Karten (6) bis (König) ist. Die Versuchsanordnung wurde diesmal so gewählt, dass zuerst mit 6 Würfeln gewürfelt wurde. Die Summe der Augen bedeutete die Gesamtzahl $(X + Y)$ der Karten. Jetzt wurden $(X + Y)$ Karten gezogen und aus dem Ausfall dieser Ziehungen ergab sich X und Y.

In Beispiel 1 war X durch Würfeln vorher bestimmt, in Beispiel 2 war es Y. Hier ist weder X noch Y vorher direkt bestimmt, sondern nur $(X + Y)$. Es besteht also keine direkte vollständige Abhängigkeit zwischen X und Y ; allerdings kommt die Vorherbestimmung der Summe $(X + Y)$ mehr dem X zugute als dem Y, weil ja X doppelt so gross ist. Man kann daher eine gewisse teilweise Bevorzugung der Variation von X erwarten.

Um die Resultate vollständig sicherzustellen, wurden 800 Versuche vorgenommen. Es ergaben sich :

	$\overline{X}$	$= 14{,}32$
	$\overline{Y}$	$= 7{,}16$
	σ_x	$= 4{,}278$
	σ_y	$= 2{,}750$
	r_{xy}	$= 0{,}212$
Regressionsgerade (y/x)	Y	$= 0{,}136\ X + 5{,}21$
Regressionsgerade (x/y)	Y	$= 3{,}033\ X - 36{,}27$
Hauptgerade	Y	$= 0{,}643\ X - 2{,}05$

Die drei Richtungskoeffizienten mit den mittleren Fehlern sind

$$b_1 = 0{,}136 \pm 0{,}022$$
$$b_2 = 3{,}033 \pm 0{,}500$$
$$a = 0{,}643 \pm 0{,}019$$

Hier stimmt keiner der Richtungskoeffizienten mit der erwarteten Richtung 0,5 in den Fehlergrenzen überein, sondern das Gesetz liegt zwischen Hauptgerade und Regressionsgerade (y/x).

Beispiel 4 *b*. — Gleiche Versuchsanordnung wie bei 4 *a* ; nur wurde $(X + Y)$ als Summe der Augen von 12 Würfeln bestimmt. Es ergab sich bei 300 Versuchen.

$$\overline{X} = 29{,}47$$
$$\overline{Y} = 14{,}29$$
$$\sigma_x = 6{,}059$$
$$\sigma_y = 3{,}778$$
$$r_{xy} = 0{,}320$$

Regressionsgerade (y/x)	$Y = 0{,}200\ X + 8{,}40$
Regressionsgerade (x/y)	$Y = 1{,}950\ X - 43{,}18$
Hauptgerade	$Y = 0{,}624\ X - 4{,}10$

Die Richtungen mit ihren Fehlern sind :

$$b_1 = 0{,}200 \pm 0{,}034$$
$$b_2 = 1{,}950 \pm 0{,}334$$
$$a = 0{,}624 \pm 0{,}035$$

Auch hier stimmt 0,5 mit keiner von ihnen überein, sondern das Gesetz liegt zwischen Hauptgerade und Regressionsgerade (y/x). *Das bedeutet, dass im Beispiel* 4 *eine gewisse Bevorzugung von* X *vorliegt, aber keine vollständige Uberordnung von* X *über* Y.

Auch wenn man das wahre Gesetz nicht kennenwürde, käme man zu den gleichen Schlüssen durch Verwendung der Verbindungslinie der beiden Schwerpunkte

$$Y = 0{,}471\ X + 0{,}42$$

als angenäherter Darstellung des Gesetzes.

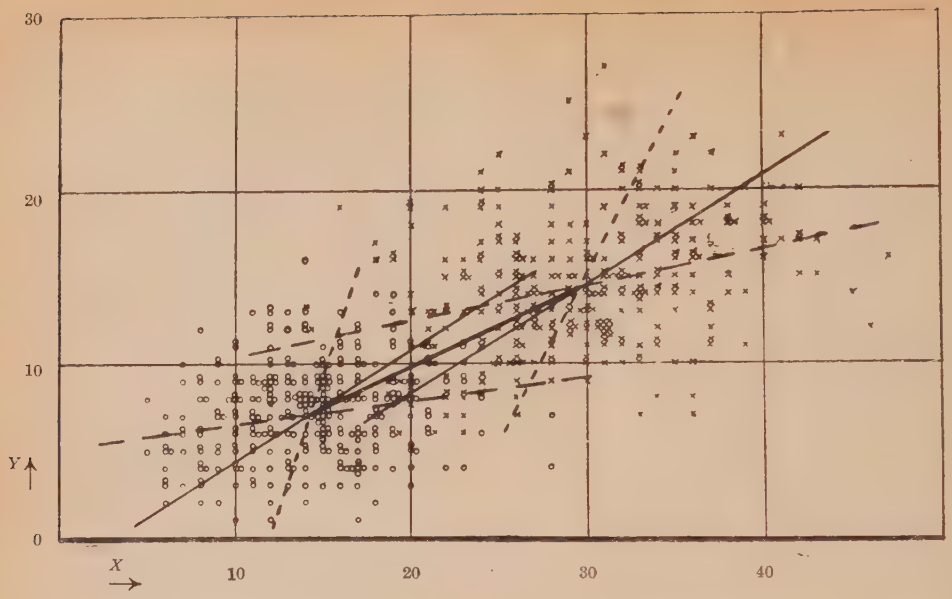


FIG. 4. — Kartenversuch 4. $(X + Y)$ ist zuerst bestimmt.
——— Hauptgerade
- - - - - - - - Regressionsgerade (x/y)
— — — » (y/x)
——— Schwerpunktsverbindung.

Ihre Richtung hat den mittleren Fehler

$$d = 0{,}471 \pm 0{,}017$$

stimmt also mit 0,5 in den Fehlergrenzen überein und liegt ausserhalb der Fehlergrenzen von b_1 und a, denn die Differenzen sind

	in 4 *a*	in 4 *b*
$d - b_1$	$= 0{,}335 \pm 0{,}028$	$0{,}347 \pm 0{,}038$
$a - d$	$= 0{,}172 \pm 0{,}026$	$0{,}171 \pm 0{,}039$

Es ergibt sich wieder, dass X partiell bevorzugt ist (vgl. Fig. 4).

Versucht man den *Grad der Uberordnung* zu erfassen, kann man die Abweichungen der Richtung des wahren Gesetzes von der der Hauptgeraden zur Abweichung von der Regressionsrichtung b_1 in Beziehung setzen. Es ist

in 4 *a*	in 4 *b*	
$a - 0{,}5 = 0{,}143$	0,124	(Entfernung von der Gleichberechtigung von X und Y).
$0{,}5 - b_1 = 0{,}364$	0,300	(Entfernung von der vollständigen Uberordnung von X).

Beidemal stehen die Differenzen etwa im Verhältnis 1 zu 2,5. Bleibt man ganz im Empirischen und betrachtet die Differenzen nicht von 0,5, sondern von der Richtung der Schwerpunktsverbindung 0,471, so wird das Verhältnis etwa 1 zu 1,9.

V.

Die Formeln, deren Gebrauch sich als notwendig herausgestellt hat, sollen jetzt noch einmal zusammengestellt und die Werte für ihre mittleren Fefler angegeben werden. Die Fehlerformeln setzen zunächst kein bestimmtes Verteilungsgesetz voraus, sondern sind die ersten Näherungsformeln einer Reihenentwicklung. Dabei treten die Potenzmomente vierten Grades auf :

$$p_{ik} = \frac{\Sigma x^i \cdot y^k}{n}$$

Für die Normalverteilung als wichtigsten Spezialfall werden dann die vereinfachten Formeln angeführt.

Regressionsgerade

$$Y - \overline{Y} = b \cdot (X - \overline{X})$$

Für die flache Regressionsgerade, nämlich die von Y in bezug auf X, ist

$$b_1 = R_{y/x} = r \cdot \frac{\sigma_y}{\sigma_x}$$

für die steile von X in bezug auf Y

$$b_2 = \frac{1}{R_{x/y}} = \frac{\sigma_y}{r \cdot \sigma_x}$$

Den mittleren Fehler von b_1 gibt F. Bernstein [1] unter Voraussetzung linearer Regression an als

---

(1) F. Bernstein : *Die mittleren Fehlerquadrate und Korrelationen der Potenzmomente und ihre Anwendung auf Funktionen der Potenzmomente.* « Metron », Bd. 10, N. 3, 1932.

$$\sigma_{b_1}^2 = \frac{p_{22} \cdot p_{20}^2 - p_{11}^2 \cdot p_{40}}{n \cdot p_{20}^4}$$

Bei der Regressionsgerade (x/y) ist das Fehlerquadrat für $R_{x/y}$

$$\sigma_{R_{x/y}}^2 = \frac{p_{22} \cdot p_{02}^2 - p_{11}^2 \cdot p_{04}}{n \cdot p_{02}^4}$$

Daraus folgt näherungsweise

$$\sigma_{b_2}^2 = \frac{p_{22} \cdot p_{02}^2 - p_{11}^2 \cdot p_{04}}{n \cdot p_{11}^4}$$

Im Fall der Normalverteilung wird

$$p_{04} = 3\, p_{02}^2 = 3\, \sigma_y^4$$
$$p_{40} = 3\, p_{20} = 3\, \sigma_x^4$$
$$p_{22} = p_{20} \cdot p_{02} + 3\, p_{11}^2 = \sigma_x^2\, \sigma_y^2\, (1 + 2\, r^2)$$

Setzt man dies in (3) und (4) ein, so wird [2]

$$\sigma_{b_1} = \frac{\sigma_y}{\sigma_x} \sqrt{\frac{1 - r^2}{n}}$$

und

$$\sigma_{b_2} = \frac{\sigma_y}{r^2 \cdot \sigma_x} \sqrt{\frac{1 - r^2}{n}} = \frac{\sigma_{b_1}}{r^2}$$

Der Richtungskoeffizient der Hauptgeraden — abgesehen vom Vorzeichen — ist $a = \frac{\sigma_y}{\sigma_x}$. Statt des mittleren Fehlers σ_a sei zunächst der von a^2 berechnet. Dieser lässt sich durch die Formel annähern :

$$\sigma_{a^2}^2 = \frac{\sigma_y^4}{\sigma_x^4} \left(v_{\sigma_y}^2 + v_{\sigma_x^2}^2 - 2\, r_{\sigma_x^2 \sigma_y^2} \cdot v_{\sigma_x^2} \cdot v_{\sigma_y} \right)$$

wobei mit v die Variationskoeffizienten bezeichnet sind.

---

(2) Nach R. A. Fisher, ist n durch $(n - 2)$ zu ersetzen, da bei der Berechnung zwei « Freiheitsgrade » verloren gegangen sind.

Das Fehlerquadrat des zweiten Momentes $p_{20} = \sigma_x^2$ ist

$$\sigma^2_{p_{20}} = \frac{p_{40} - p_{20}^2}{n}$$

Daraus ergeben sich die Variationskoefflzienten

$$v^2_{\sigma_x^2} = \frac{p_{40} - \sigma_x^4}{n \cdot \sigma_x^4}$$

und

$$v^2_{\sigma_y^2} = \frac{p_{04} - \sigma_y^4}{n \cdot \sigma_y^4}$$

Es fehlt noch die Korrelation von σ_x^2 und σ_y^2. Bezeichnet man mit^0 den wahrscheinlichen Wert eines Ausdruckes, so ist

$$r_{(\sigma_x^2 \sigma_y^2)} = \frac{(\sigma_x^2\, \sigma_y^2)^0 - (\sigma_x^2)^0\, (\sigma_y^2)^0}{\sigma_{\sigma_x^2} \cdot \sigma_{\sigma_y^2}}$$

Nun ist

$$\left(\sigma_x^2\, \sigma_y^2\right)^0 = \frac{1}{n_2}\left(\Sigma\, x_i^2\, \Sigma\, y_i^2\right)^0$$

$$= \frac{1}{n_2}\left(\Sigma\, x_i^2\, y_i^2 + \sum_{i \neq k} x_i^2\, y_k^2\right)^0$$

$$= \frac{1}{n} \cdot p_{22} + \frac{n\,(n-1)}{n^2}\, \sigma_x^2\, \sigma_y^2$$

und

$$r_{\sigma_x^2 \sigma_y^2} = \frac{p_{22} - \sigma_x^2\, \sigma_y^2}{\sqrt{(p_{40} - \sigma_x^4)\,(p_{04} - \sigma_y^4)}} \tag{8}$$

Man setzt nun diese Werte (6), (7) und (8) in Gleichung (5) ein und erhält endlich des gesuchten Fehler näherungsweise als

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{a^2}}{2\, a}$$

$$= \frac{\sigma_y}{2\, \sigma_x} \cdot \sqrt{v^2_{\sigma_y^2} + v^2_{\sigma_x^2} - 2\, r_{\sigma_x^2 \sigma_y^2} \cdot v_{\sigma_x^2} \cdot v_{\sigma_y^2}} \tag{9}$$

Im Falle einer Gaussverteilung wird

$$v^2_{\sigma_x^2} = v^2_{\sigma_y^2} = \frac{2}{n}$$

Ferner wird

$$p_{22} = \sigma_x^2 \sigma_y^2 (1 + 2 r^2)$$

und

$$r_{\substack{2 \\ x}} \; {}_{\substack{2 \\ y}} = r_{xy}^2$$

Setzt man diese Ausdrücke ein, so vereinfacht sich die Formel (9) bei Gaussverteilung zu

$$\sigma_a = \frac{\sigma_y}{\sigma_x} \cdot \sqrt{\frac{1 - r^2}{n}}$$

Der mittlere Fehler des Richtungskoeffizienten der Verbindungslinie der Schwerpunkte

$$d = \frac{\bar{Y}_1 - \bar{Y}_2}{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}$$

lässt sich auch nach der oben bei (5) angewandten Näherungsformel für den mittleren Fehler eines Quotienten berechnen. Man hat als mittleren Fehler des Zählers

$$\sigma_Z = \sqrt{\sigma_{\bar{Y}_1}^2 + \sigma_{\bar{Y}_2}^2}$$

$$= \sqrt{\frac{\sigma_{y_1}^2}{n_1} + \frac{\sigma_{y_2}^2}{n_2}}$$

und als mittleren Fehler des Nenners

$$\sigma_N = \sqrt{\frac{\sigma_{x_2}^2}{n_1} + \frac{\sigma_{x_2}^2}{n_2}}$$

Ferner ist die Korrelation zwischen Zähler und Nenner ein Mittelwert zwischen $r_{x_1 y_1}$ und $r_{x_2 y_2}$, und zwar

$$r_{ZN} = \frac{\sigma_{x_1} \sigma_{y_1} r_{x_1 y_1} + \sigma_{y_2} \sigma_{x_2} r_{x_2 y_2}}{\sqrt{(\sigma_{x_1}^2 + \sigma_{x_2}^2)(\sigma_{y_1}^2 + \sigma_{y_2}^2)}}$$

Der Fehler von d wird unter Benutzung dieser Grössen in erster Näherung

$$\sigma_d = d \cdot \sqrt{\frac{\sigma_Z^2}{(\bar{Y}_1 - \bar{Y}_2)^2} + \frac{\sigma_N^2}{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2)^2} - 2 r_{ZN} \frac{\sigma_Z \cdot \sigma_N}{(\bar{Y}_1 - \bar{Y}_2)(\bar{X}_1 - \bar{X}_2)}} \quad (12)$$

Diese Formel setzt voraus, dass $\overline{Y}_1$ *und* $\overline{Y}_2$, *sowie* $\overline{X}_1$ *und* $\overline{X}_2$, *ebenso auch* $\overline{X}_1$ *und* $\overline{Y}_2$ *sowie* $\overline{X}_2$ *und* $\overline{Y}_1$ *voneinander unabhängig sind.* Das trifft im allgemeinen zu, wenn die Beobachtungswerte des ersten und des zweiten Korrelationssystems sich auf verschiedene Individuen beziehen.

Oft wird man aber in *beiden Systemen die gleichen Individuen* wählen. Einmal kann man dadurch manchmal gewisse Fehlerquellen ausschalten, und zum andern auf diese Weise die Genauigkeit der Richtung der Schwerpunktsverbindung erhöhen. In solchen Fällen ist der einfachste Weg zur Bestimmung von σ_d, die Differenz der Y — Werte, also $(Y_{1i} - Y_{2i})$ und die der X — Werte, $(X_{1i} - X_{2i})$, deren mittlere Fehler $\sigma_{(Y_1 - Y_2)}$, $\sigma_{(X_1 - X_2)}$ und die Korrelation $r_{(X_2 - X_2),(Y_1 - Y_2)}$ zu bilden.

Aus diesen Differenzen lässt sich dann

$$\sigma_Z = \frac{\sigma_{(y_1 - y_2)}}{\sqrt{n}}$$

$$\sigma_N = \frac{\sigma_{(x_1 - x_2)}}{\sqrt{n}}$$

und

$$r_{ZN} = r_{(x_1 - x_2),(y_1 - y_2)}$$

direkt bestimmen.

Vorstehend sind nur Richtungskoeffizienten und deren mittlere Fehler angegeben worden. Die Aufgabe ist stets, die Übereinstimmung von drei Geraden zu prüfen, nâmlich der Schwerpunktsverbindung einerseits und der Haupt- oder einer Regressionsgeraden in jedem der beiden Korrelationssysteme andererseits. Da die Schwerpunktsverbindung mit jeder der beiden anderen Geraden einen Punkt gemeinsam hat, so stimmen die drei Geraden bereits dann überein, wenn ihre Richtungskoeffizienten gleich sind.

VI.

Wie lassen sich nun die eben gewonnenen Erkenntnisse über die Lage der Schwerpunktsverbindung in den Korrelationssystemen in praktischen Problemen anwenden? Dabei sollen drei Problemgruppen unterschieden werden.

1. Einheitlichkeit des Gesetzes in verschiedenen Beobachtungsreihen.

2. Uberordnung einer Variablen.

3. Vergleich von Messungsmethoden verschiedener Genauigkeit.

Hat man mehrere gegeneinander verschobene Korrelationssysteme und kennt man die Abhängigkeitsverhältnisse der Variablen, so kann man beurteilen, ob allen Beobachtungsreihen ein und dasselbe Gesetz zugrunde liegt.

Die beiden folgenden Beispiele 5 und 6 beziehen sich auf das Problem der Zurückführung zeitlicher Veränderungen auf gleichzeitig vorhandene, lokale Unterschiede. Jedes Korrelationssystem ist durch lokale Unterteilung entstanden, die Verschiebung der beiden Systeme gegeneinander ist dagegen zeitlich bedingt. Es ist nun zu prüfen, ob die Schwerpunktsverbindung (als Ausdruck der zeitlichen Veränderung) mit einer der Regressionsgeraden bez. der Hauptgeraden in beiden Systemen (als Ausdruck der lokalen Unterschiede) hinreichend übereinstimmt.

Beispiel 5 [1]. — Die Häufigkeit der Diagnose « Krankheiten der Kreislauforgane » als Todesursache hängt von der Zahl der Arzte ab. Stellt man das Korrelationssystem zwischen dieser Häufigkeit (Y) und den Logarithmen [2] der Aerztezahl pro $q\ k\ m$ (X) in 22 preussischen Regierungsbezirken bei den über 60- Jährigen in den Jahren 1905 und 1928 auf, so muss das Gesetz von der Regressionsgeraden der Diagnosenhäufigkeit in bezug auf die Arztdichte dargestellt werden. Figur und Rechnung zeigen, dass diese beiden Regressionsgeraden von der Schwerpunktsverbindung deutlich verschieden sind. Die Richtung der Regressionsgeraden 1905 ist

$$_{05}b_1 = + 0{,}04 \pm 0{,}02$$

und 1928

$$_{28}b_1 = + 0{,}06 \pm 0{,}02$$

dagegen die Richtung der Schwerpunktsverbindung

$$d = + 0{,}58 \pm 0{,}04$$

---

(1) S. Koller : *Der Kreislauf- und der Krebstod in Preussen von* 1905-*bis* 1928. « Arch. f. Soz. Hyg. », Z. Zt. im Druck.

(2) Die Logarithmen sind gewählt, um die Beziehung hinreichend linear zu machen.

Die Differenzen sind

$$d - {}_{05}b_1 = 0{,}54 \pm 0{,}05$$
$$d - {}_{28}b_1 = 0{,}52 \pm 0{,}05$$
$${}_{28}b_1 - {}_{05}b_1 = 0{,}02 \pm 0{,}02$$

Die zeitliche Verschiebung von 1905 bis 1928 ist also sicher nicht dem Gesetz gefolgt, das gleichzeitigen lokalen Unterschieden zugrunde liegt.

Beispiel 6. — Am gleichen Material wurde die Beziehung zwischen der Häufigkeit der Todesursachen « Krankheiten der Kreislauforgane » und « Altersschwäche » bei den über 60- Jährigen untersucht. Zwischen beiden besteht eine starke negative Korrelation, die zum Teil formal davon herrührt, dass beide Werte Prozentzahlen derselben Gesamtheit sind, zum anderen Teil auf der verschiedenen Genauigkeit der Todesursachenfeststellung beruht. Da ausserdem beide Variablen durchschnittlich etwa gleiche Grösse haben, muss das Gesetz näherungsweise durch die Hauptgerade dargestellt werden.

Die Richtung der Schwerpunktsverbindung ist

$$d = -0{,}69 \pm 0{,}05$$

die der Hauptgeraden 1905

$$a_{05} = -0{,}54 \pm 0{,}09$$

und 1928

$$a_{28} = -0{,}54 \pm 0{,}06$$

Die Richtungen stimmen in den Fehlergrenzen überein, denn die Differenzen sind

$$d - a_{05} = -0{,}15 \pm 0{,}10$$
$$d - a_{28} = -0{,}15 \pm 0{,}08$$
$$a_{28} - a_{05} = \quad 0{,}00 \pm 0{,}11$$

Hier ist also die Auffassung möglich, dass die zeitliche Verschiebung dem Gesetz gefolgt ist, das den gleichzeitigen lokalen Unterschieden zugrunde liegt.

VII.

Die zweite Anwendungsmöglichkeit ist eine Umkehrung der ersten. Ist man sachlich zu der Annahme berechtigt, dass mehreren gegeneinander verschobenen Korrelationssystemen ein und dasselbe Gesetz zugrunde liegt, kann man aus der Lage der

Schwerpunktsverbindung zur Hauptgeraden und zu den Regressionslinien Schlüsse über die Versuchsanordnung ziehen, bez. darüber, ob eine Variable der anderen übergeordnet ist.

Wenn man in den Kartenversuchen 1, 2 und 4 nur wüsste, dass jedesmal die beiden Beobachtungsreihen auf ein und demselben Gesetz beruhen, könnte man aus der Lage der Schwerpunktsverbindung erkennen, ob in der Versuchsanordnung X oder Y eine bevorzugte Stellung hatten.

Beispiel 7. — Analoge Verhältnisse wie im Kartenversuch treten vielfach auch in der Natur auf. So kann man z. B. die Frage betrachten, ob bei der Beziehung von Skelett- und Organgrössen das Skelett oder das Organ eine übergeordnete Stellung hat. Als spezielles Beispiel sei der orthodiagraphisch ermittelte Herzdurchmesser (X) gewählt. Das entsprechende Skelettmass der gleichen Dimension ist die Brustbreite. In dem benutzten Material [1] stand die Innenbreite des Brustkorbes, nämlich der orthodiagraphisch ermittelte Lungendurchmesser (Y), zur Verfügung. Die Messungen erstrecken sich auf 120 herzgesunde Soldaten im Alter von 18 bis 33 Jahren und auf herzgesunde Kinder zwischen 3 und 11 Jahren.

Wenn man jetzt die Annahme machen kann [2], dass der Beziehung der beiden Masse bei Kindern und Erwachsenen ein einheitliches Gesetz zugrunde liegt, so lässt sich feststellen. ob eins der beiden Masse dem anderen « übergeordnet » ist.

Der Richtungskoeffizient der Schwerpunktsverbindung ist

$$d = 2{,}09 \pm 0{,}09$$

und liegt zwischen dem der Hauptgeraden und der Regressionslinie von X auf Y, die folgende Werte haben :

bei den Kindern	bei den Soldaten
$a = 1{,}87 + 0{,}25$	$a = 1{,}43 \pm 0{,}12$
$b_2 = 2{,}97 + 0{,}62$	$b_2 = 3{,}47 + 0{,}71$

Die Schwerpunktsverbindung stimmt bei den Kindern mit beiden Geraden überein, bei den Erwachsenen überschreitet die Differenz mit der Hauptgeraden $0{,}66 \pm 0{,}15$ den dreifachen mittle-

(1) F. M. Groedel : *Theo Groedels Untersuchungen zur Normalform des Elektrokardiogramms vom herzgesunden Menschen.* Frankfurt a. M. 1920.

(2) Die Berechtigung der gemachten Annahmen steht nicht zur Diskussion, da es sich nicht um sachliche, sondern nur um methodische Beispiele handelt.

ren Fehler. Damit zeigt sich — unter der Voraussetzung der Einheitlichkeit der Beziehung — die Lungenbreite gegenüber der Herzbreite als übergeordnet.

Bei Anwendungen dieser Art ist es wichtig, darauf zu achten, dass das Unterscheidungsmerkmal der beiden Gruppen in keiner besonders engen Beziehung zu einer der beiden Variablen steht. Hätte man im vorangehenden Beispiel nur Messungen von Erwachsenen zur Verfügung gehabt, so hätte man z. B. in der einen Gruppe die zusammenfassen können, die kleiner als 175 *c m* sind, in der zweiten die grösseren. Denn die Korrelation der Körpergrösse zur Lungenbreite oder zur Herzbreite ist nicht so eng, dass das Bild davon wesentlich beeinflusst werden könnte. Dagegen dürfte man den Blutdruck sicher nicht als Unterschiedsmerkmal nehmen, denn Herzgrösse und Blutdruck sind eng korreliert und bei dieser « Versuchsanordnung » konnte durchaus die Herzbreite gegenüber der Lungenbreite übergeordnet erscheinen.

Ferner darf bei keiner der beiden Variablen der Variationsbereich künstlisch begrenzt sein, wir der folgende Fall zeigt. Bei der engen Korrelation zwischen *Brustumfang und Körpergewicht* ist vermutlich der Brustumfang übergeordnet. In den Vereinigten Staaten sind nun über diese Korrelation umfangreiche Tafeln veröffentlicht, die sich auf die Rekrutenaushebungen im Jahre 1917 beziehen. Diese Tafeln lassen sich aber für die Frage der Uberordnung nicht verwenden, denn nach den Richtlinien basierte die Zurückstellung von Leuten mit abnormen Körperbau vor allem auf dem Körpergewicht, dagegen kaum auf dem Brustumfang. Dadurch könnte das Körpergewicht übergeordnet erscheinen. Tatsächlich wirkt sich diese Art der Auslese noch stärker aus, denn die Richtung, der die Schwerpunkte bei verschiedenen Bevölkerungsgruppen folgen, liegt sogar ausserhalb der Fehlergrenzen jenseits der Regressionsgeraden des Brustmfanges in bezug auf das Körpergewicht.

In der praktischen Anwendung macht ferner die vorherige Prüfung der grundlegenden Hypothese der Einheitlichkeit des Gesetzes besondere Schwierigkeiten. In manchen Fällen mag es sich dann empfehlen, statt der Beobachtungswerte selbst Aenderungen der Werte zu benutzen.

Beispiel 8. — Untersucht man die gegenseitige Beziehung von Körpertemperatur (X) und Pulsfrequenz (Y) im Verlaufe einer bestimmten Erkrankung, z. B. der krupösen Pneumonie, so findet

man eine beträchtliche positive Korrelation. Es soll festgestellt werden, wie die Abhängigkeitsverhältnisse liegen, insbesondere ob man annehmen kann, dass die Pulsbeschleunigung auf die Erhöhung der Körpertemperatur zurückgeht.

Als erstes Korrelationssystem könnte man die ersten Messungen nach der Einlieferung der Kranken ins Krankenhaus benutzen, als zweites die Werte zu einem späteren Zeitpunkt. Dann wäre man aber in keiner Weise sicher, ob dieses Korrelationssystem überhaupt auf dem Krankheitsverlauf beruht, und ob nicht das Bild durch eine Reihe von Personen gestört wird, die z. B. auch in gesundem Zustand eine schnelle Schlagfolge haben. Jedenfalls kann man hier keine Hypothese über die Einheitlichkeit des Gesetzes machen, sobald man die Beobachtungswerte selbst benutzt.

Die *Anderungen vom Ausgangswert* lassen sich dagegen besser benutzen. Die Anderung der Werte bis zum 5. Beobachtungstag ergebe *z. B.* das erste, die Anderung bis zum 10. Tag das zweite Korrelationssystem. Hier begegnet die Hypothese, dass beiden Systemen ein einziges Gesetz zugrunde liegt, keinen schwerwiegenden Bedenken mehr.

In einem praktischen Material [1] von 47 Fällen von crupöser Pneumonie ergab sich für die Schwerpunktsverbindung der Richtungskoeffizient

$$d = 13{,}7 \pm 1{,}6$$

für die Anderungen bis zum 5. Tage:

$$a = 14{,}6$$
$$b_1 = 11{,}2 \pm 1{,}4$$
$$b_2 = 19{,}1 \pm 2{,}4$$

und für die Anderungen bis zum 10. Tage:

$$a = 15{,}4$$
$$b_1 = 9{,}7 \pm 1{,}8$$
$$b_2 = 24{,}5 \pm 4{,}5$$

Die Schwerpunktsverbindung liegt zwischen der Hauptgeraden und der flachen Regressionsgeraden. Dadurch erscheint die Aenderung der Körpertemperatur etwas bevorzugt. Zur wirkli-

(1) Für die freundliche Ueberlassung der Protokolle bin ich Herrn Professor Volhard, Frankfurt a. M., sehr dankbar.

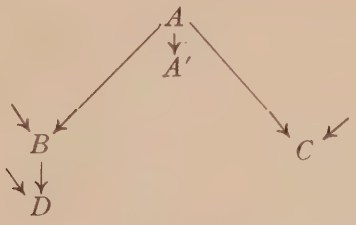
chen Entscheidung ist aber das Material zu klein, denn die Fehlergrenzen erstrecken sich hier über den ganzen in Frage kommenden Bereich.

VIII.

Im letzten Abschnitt wurden durch Beispiele die Anwendungsmöglichkeiten der Erkenntnisse über den Zusammenhang der Regressions- und Hauptgeraden mit der Schwerpunktsverbindung gezeigt. Die Anwendung war stets eng mit dem Kausalzusammenhang der betrachteten Grössen verbunden. Es ist nun besonders wichtig, demgegenüber den eigentlichen formalen Inhalt [1] der Methode hervorzuheben.

Wenn man beispielsweise findet, dass die Schwerpunktsverbindung mit der flachen Regressionsgeraden übereinstimmt, so hat dies zuerst lediglich die formale Bedeutung, dass zur Schätzung von Y aus der Kenntnis von X in beiden Versuchsreihen ein einziges Gesetz genügt, während die Schätzung von X aus Y nicht einheitlich ist, sondern davon abhängig, zu welcher Beobachtungsgruppe der Wert gehört. Ob daraus weitergehende sachliche Schlüsse gezogen werden können, hängt von der Art des Problems und des Materials ab und erfordert genaue Berücksichtigung der verschiedenen Möglichkeiten (Voraussetzung der Einheitlichkeit des Gesetzes in beiden Systemen).

Was bedeutet eine gefundene « Uberordnung » oder « Bevorzugung » einer Variablen ? Ein kurzes Schema mag das erläutern.



In Abhängigkeit von einer Grösse A befinden sich in der im Schema angedeuteten Weise die Grössen B, C und D, von

(1) Es braucht nicht besonders betont zu werden, dass der Inhalt dieser — wie jeder — statistischen Methode nur formal ist. Ein *Beweis* für einen Kausalzusammenhang kann selbstverständlich nicht geliefert werden. Wohi aber hat sich ergeben, das eine Kausalhypothese bestimmte formale Konsequenzen hat, die einer statistischen *Prüfung* zugänglich sind.

denen jede noch weiteren Einflüssen unterliegt. Eine Veränderung von A wird in der Regel auch B, C und D verändern. Korreliert man jetzt A mit B, C oder D, so wird A « übergeordnet erscheinen. B und C seien gleichmässig von A beeinflusst, dann wird bei ihrer Korrelation keins « übergeordnet », sondern beide « gleichberechtigt » erscheinen ; ihr Beziehungsgesetz wird durch die Hauptgerade dargestellt werden können. Ferner wird B gegenüber der Grösse D bevorzugt sein. Endlich wird auch eine gewisse partielle Uberordnung von C über D in Erscheinung treten ; denn C stand mit B auf einer Stufe, und B war D übergeordnet.

Wenn nun die Grösse A nicht messbar bez. nicht zur Verfügung steht, statt dessen aber eine andere Grösse A', die sehr eng mit A zusammenhängt, d. h. ein gutes Mass für A ist, so würde auch A' — genau wie A selbst — über B, C und D « übergeordnet » erscheinen.

Nach diesem Schema lässt sich das Ergebnis der Untersuchungen so fassen : *Man kann festellen, welche Variable in ihrer Variation der ursprünglich und eigentlich variierenden Grösse bzw. dem zugrunde liegenden Vorgang näher steht.* Sind X und Y beide gleich weit davon entfernt (Beispiel 3) stimmt die Schwerpunktsverbindung mit der Hauptgeraden überein. Steht X ihm näher (Beispiel 4 und 7), nähert sie sich der flachen Regressionsgeraden und stimmt im Grenzfall sogar mit ihr überein, wenn X die eigentlich variierende Grösse selbst ist (Beispiel1) oder ein gutes Mass für sie. Entsprechendes gilt für Y und die steile Regressionsgerade.

Aus dieser Formulierung, bei der der formale Inhalt der Ergebnisse wieder in den Vordergrund gerückt ist, erkennt man, dass ein weiteres Anwendungsgebiet im *Vergleich der Güte verschiedener Messmethoden* liegen muss. Denn wenn man eine Grösse oder einen Vorgang mit einer guten oder schlechten Methode misst, so stehen die guten Messungsergebnisse im Sinne des vorigen Absatzes der eigentlich variierenden Grösse näher als die schlechten, und die Schwerpunktsverbindung zweier solcher Messungsreihen muss über bez. unter der Hauptgeraden nahe der entsprechenden Regressionslinie liegen.

Nimmt man zur Prüfung dieser Uberlegung genaue Messungen X einer stetigen Variablen an, so kann man sich daraus die Ergebniss Y einer rohen Messungsmethode konstruieren, indem man die Beobachtungen zu Intervallen der Länge l zusammenfasst. Das zugrunde liegende Gesetz ist $Y = X$. Zwischen den beiden

mittleren Fehlern besteht nach der Sheppardschen Korrekturformel die Beziehung

$$\sigma_x^2 = \sigma_y^2 - \frac{l^2}{12}$$

Für ein Korrelationssystem von X und Y folgt daraus sofort die Richtung der Hauptgeraden

$$a = \frac{\sigma_y}{\sigma_x} = \sqrt{\frac{\sigma_x^2 + \frac{l^2}{12}}{\sigma_x^2}} = \sqrt{1 + \frac{l^2}{12\,\sigma_x^2}} > 1 .$$

Die Hauptgerade ist steiler als das wahre Gesetz. Man erkennt daraus eine « Uberordnung » von X. Messungsmethode X ist also besser.

Kennt man X, so kann man daraus Y ableiten ; es ist der Wert der nächstliegenden Intervallmitte. Für die Intervallmitten stimmen X und Y überein. Die flache Regressionsgerade muss daher das wahre Gesetz darstellen und die Richtung

$$b_1 = 1$$

haben. Weitere Grössen wie r und b_2 lassen sich daraus berechnen :

$$r = \frac{b_1}{a} = \sqrt{\frac{\sigma_x^2}{\sigma_x^2 + \frac{l^2}{12}}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{l^2}{12\,\sigma_x^2}}}$$

$$b_2 = \frac{b_1}{r^2} = a^2 = 1 + \frac{l^2}{12\,\sigma_x^2}$$

Nicht nur eine exakte und eine ungenaue Messungsnethode lassen sich so unterscheiden, sondern auch zwei Methoden verschiedener Ungenauigkeit. Ist Z das Ergebnis der Zusammenfassung der stetigen Werte zum Intervall der Länge $k > l$, so ist

$$\sigma_z^2 = \sigma_x^2 + \frac{k_2}{12}$$

und für das Korrelationssystem von Y und Z wird

$$a = \frac{\sigma_z}{\sigma_y} = \sqrt{\frac{\sigma_x^2 + \frac{k^2}{12}}{\sigma_x^2 + \frac{l^2}{12}}} > 1$$

Da das wahre Gesetz auch hier $Y = Z$ ist, tritt daraus die grössere Genauigkeit von Y gegenüber von Z deutlich hervor. Ob das Gesetz auch in diesem Falle mit der Regressionsgeraden übereinstimmt oder einen Zwischenwert annimmt, lässt sich nicht ohne weiteres entscheiden. Ein Ansatz zur genauen Berechnung ensteht daraus, dass die Korrelation zwischen Y und Z nur durch die Variation von X entsteht und verschwinden muss, sobald man in der partiellen Korrelation $r_{yz\,.\,x}$ das X ausschaltet. Daraus ergibt sich

$$O = \frac{r_{yz} - r_{xy} \,.\, r_{xz}}{\sqrt{(1 - r_{xy}^2)\,(1 - r_{xz}^2)}}$$

$$r_{yz} = r_{xy} \,.\, r_{xz} = \sqrt{\frac{\sigma_x^2}{\sigma_x^2 + \frac{l^2}{12}} \cdot \frac{\sigma_x^2}{\sigma_x^2 + \frac{k^2}{12}}}$$

Daraus folgt für die Regressionsgerade von Z in bezug auf Y

$$b_1 = a \,.\, r_{yz} = \frac{1}{1 + \frac{l^2}{12\,\sigma_x^2}} < 1$$

und für die andere Regressionsgerade

$$b_2 = \frac{b_1}{r_{yz}^2} = 1 + \frac{k^2}{12\,\sigma_x^2}$$

Das Gesetz nimmt im Falle des Vergleichs zweier ungenauen Methoden einen Zwischenwert zwischen Haupt- und Regressionsgeraden an und nähert sich der Regressionsgeraden umso mehr, je grösser der Genauigkeitsunterschied der Methoden ist und je grösser die Messungsgenauigkeit der besseren Methode ist.

Diese Ergebnisse entsprechen vollständig denen der früheren Abschnitte.

Die eben gegebene Ableitung betrifft zwar nur den Spezialfall des Vergleiches zweier Messungsmethoden, bei dem nur Ableseungenauigkeiten auftreten. Aber in Analogie zum Früheren kann die Methode auch allgemein auf den Vergleich zweier verschieden genauer Messungsmethoden Anwendung finden, auch wenn ausser der Ablesungsgenauigkeit noch weitere Fehlerquellen vorliegen.

Bei einem praktischen Vergleich zweier Messmethoden genügt hereits ein einziges Korrelationssystem, sobald man anneh-

men kann, dass das wahre Gesetz $Z = Y$ ist. Sobald dies nicht sicher ist, oder sobald die Methoden verschiedene Skalen haben, muss man wieder auf zwei Messungsreihen mit verschiedener Grösse der Werte und auf deren Schwerpunktsverbindung zurückgreifen.

Man sieht aus den Formeln, dass man brauchbare Resultate nur dann erzielen kann, wenn der Variationsbereich σ_x nicht viel grösser ist als die Intervalle k und l der Beobachtungsgenauigkeit. Andernfalls erhält man ein sehr langgestrecktes Korrelationssystem, in dem die wichtigen Geraden nahezu zusammenfallen.

Beispiel 9. — In zwei Messgläsern von verschiedener Dicke wurde Wasser gemessen. Etwa 30-32 ccm. in einem dritten Glase abgemessen, wurden zuerst in das dickere Gefäss, das eine Ablesung Z auf 0,2 ccm erlaubte, gegossen, und dann in das dünnere Gefäss, in dem eine Ablesung Y auf 0,1 ccm möglich war. Dieses Beispiel entspricht nicht ganz der theoretischen Ableitung von S. 25 denn durch die Rückstände beim Um- und Ausgiessen konnten auch Abweichungen über die Grenzen der Messgenauigkeit entstehen. Bei 100 Messungen ergab sich

$$\begin{aligned} Y &= 31{,}14 \\ Z &= 30{,}99 \\ \sigma_y &= 0{,}447 \\ \sigma_z &= 0{,}524 \\ r_{xz} &= 0{,}924 \\ a &= 1{,}174 \pm 0{,}032 \\ b_1 &= 1{,}085 \pm 0{,}045 \\ b_2 &= 1{,}271 \pm 0{,}053 \end{aligned}$$

Das wahre Gesetz mit der Richtung 1 verläuft sicher unterhalb der Hauptgeraden. Die Messung Y in dem dünneren Gefäss ist damit als genauer erkannt.

IX.

Die Anwendbarkeit auf den Vergleich zweier Messungsmethoden mit verschiedeuer Ablesegenauigkeit liess sich vollständig aus Sheppards Formel für die Korrektur des mittleren Fehlers bei Klassenzusammenfassung ableiten. Dies legt die Auffassung nahe, dass die ganzen hier untersuchten Eigenschaften im Grunde lediglich auf dem Streuungsbereich und dessen Beeinflussung durch Versuchanordnung usw. beruhen.

Das hier zur Anwendung gekommene Grundprinzip, das zum Teil auch den Dispersionsuntersuchungen von Lexis zugrunde liegt, ist das folgende: *Indirekte Variation ist stets grösser als direkte.* Streut nämlich eine Grösse in bestimmter Weise, so ist klar, dass der Streuungsbereich grösser wird, sobald bei einer bestimmten Versuchsanordnung die Grössen in die Abhängigkeit von einer selbst variierenden Grösse geraten. Hat man nun ein Korrelationssystem zweier Grössen, so folgt daraus, dass die Variation der einen Variablen unverhältnismässig gross sein muss, wenn sie in der gerade vorliegenden Versuchanordnung von der anderen Variablen abhängig ist. Besteht dagegen keine direkte Abhängigkeit einer Variablen von der andern und sind beide gleichmässig von dritten Faktoren beeinflusst, so müssen die Streuungen einander entsprechen.

Welches ist aber der Massstab, an dem man den Vergleich der Streuungen durchzuführen hat? An seinem Fehlen lag es, dass man bisher diesen Gesichtspunkt bei Korrelationsuntersuchungen nicht beachten konnte. Aus einem einzelnen Korrelationssystem lässt er sich auch nicht ermitteln. Erst die simultane Analyse *zweier* Korrelationssysteme gibt in Verbindung mit den folgenden zwei Prinzipien die Möglichkeit dazu.

1. Das zugrunde liegende (lineare) Gesetz wird von der Verbindungslinie der beiden Schwerpunkte mit guter Annäherung wiedergegeben.

2. Sind beide Variablen vollständig gleichberechtigt und vertauschbar, (gleichmässig von dritten Grössen abhängig), erhält man das zugrunde liegende Gesetz, indem man die senkrecht zur Geraden selbst gemessenen Abweichungen zum Minimum macht.

In diesem Fall muss dann der Richtungskoeffizient d der Schwerpunktsverbindung mit dem Verhältnis der Streuungen $\frac{\sigma_y}{\sigma_x}$ übereinstimmen. *d ist also der Massstab, an dem man die Streuungen von* X *und* Y *zu vergleichen hat.*

Führt man als Mass den Quotienten von $\frac{\sigma_y}{\sigma_x}$ und d ein, und ist

$$\frac{\sigma_y}{\sigma_x \cdot d} = 1$$

so entsprechen sich die beiden Streuungen.

Ist der Quotient grösser als 1, so ist die Streuung von Y verhältnismässig zu gross ; ist er kleiner als 1, so variiert X zu stark.

Die relative Grösse des Streuungsbereiches zeigt die Entfernung der Variablen von der eigentlich und ursprünglich variierenden Grösse bzw. vom zugrunde liegenden Vorgang im Vergleich zur anderen Variablen an.

Die beiden Grenzfälle

$$\frac{\sigma_v}{\sigma_x \,.\, d} = \frac{1}{r}$$

und

$$\frac{\sigma_y}{\sigma_x \,.\, d} = r$$

werden erreicht, wenn Y in direkter Abhängigkeit von X oder einer eng mit X zusammenhängenden Grösse (bez. umgekehrt) steht. In diesen Fall ist X (bez. Y) als die eigentlich variierende Grösse oder als gutes Mass dafür anzusehen.

Die *praktische Anwendung* erstreckt sich auf zwei Grundaufgaben :

1. Bei bekannten Abhängigkeitsverhältnissen von X und Y festzustellen, ob mehreren Korrelationssystemen ein einheitliches Gesetz zugrunde liegen kann.

2. Bei Voraussetzung der Einheitlichkeit des Gesetzes in mehreren Korrelationssystemen festzustellen, ob eine Variable der anderen « übergeordnet » (vgl. S. 128) ist, oder ob beide gleichmässig von dritten Grössen abhängen.

2 *a*. Als Spezialfall kann so von verschiedenen Messungs methoden derselben Grösse die genauere festgestellt werden.

GAETANO PIETRA

Andreas M. Andréadès, Carl V. L. Charlier, Emanuel Czuber, George Knibbs, Lucien March

« IN MEMORIAM »

In breve lasso di tempo sono mancati ai vivi tre membri del Comitato direttivo di questa Rivista: Lucien March, morto a Parigi il 4 aprile 1933; Carl V. L. Charlier, morto a Lund il 5 novembre 1934; Andreas M. Andréadès morto ad Atene il 29 maggio 1935. Altri due ci avevano lasciati per sempre: Emanuel Czuber sino dal 1925; Sir George Knibbs nel 1929.

A me, che pure ho appartenuto per alcuni anni, e tuttora spiritualmente mi è gradito appartenere, alla famiglia del « Metron », sia consentito rievocare, sia pur brevemente, su queste pagine le figure degli illustri scomparsi, che hanno onorato il loro paese, la nostra disciplina, questa rivista, lasciando traccie indelebili per il faticoso e glorioso progredire della scienza e dell'umanità.

Il professore della Facoltà giuridica di Atene, ricercatore e sagace interprete delle fonti, che conferma quale prezioso contributo può arrecare alla storia l'analisi quantitativa dei fatti sociali; il direttore generale della statistica francese, che della lunga esperienza burocratica felicemente si giova per lo studio del movimento degli affari e della congiuntura economica e che, giunto quasi alle soglie della sua fattiva vecchiaia, si rivolge addietro a considerare sistematicamente quel metodo statistico che aveva applicato in tutta la sua brillante carriera di funzionario e di studioso; il matematico austriaco, che lega il suo nome alla statistica metodologica e più particolarmente al calcolo delle probabilità; lo statistico australiano, universalmente conosciuto per la sua trattazione matematica dei problemi fondamentali della demografia; l'astronomo svedese che la statistica risolleva alle sfere celesti, dove K. F. Gauss l'aveva divinizzata — è di questi il motto

« ὁ θεὸς ἀριθμεῖ » — donde Adolfo Quetelet, moderno Prometeo, l'aveva portata tra gli uomini.

Ma è appunto in questo estremo divario di origini, di preparazione, di speculazione scientifica dei nostri cinque illustri scomparsi che maggior luce trae, se mai è ancora possibile, l'universalità del metodo statistico. Ed è anche per ciò che le cinque figure, tanto diverse fra loro, possono esser riavvicinate in un quadro d'insieme e simultaneamente commemorate da chi ha fatto di tale metodo quasi il culto della sua stessa esistenza.

Lucien March (1859-1933). — Viene dalla burocrazia, che ha saputo dare spesso alla scienza tanti valorosi statistici (1).

Organizzatore abilissimo di servizi statistici nel Ministero del Lavoro di Francia, crea attorno a sè un personale tecnicamente eccellente, attrezza modernamente gli uffici con macchine americane, inventa egli stesso una classificatrice, tuttora in uso anche all'estero (2), dirige i lavori del censimento professionale francese del 1896 e quelli dei censimenti del 1901 e 1906 e finalmente, nel 1910, è nominato direttore della statistica generale della Francia. Vi rimane un decennio, consacrandosi durante la grande guerra anche ai servizi bellici.

Ma appena lasciata l'amministrazione, il suo spirito irrequieto e animatore, che non conosce ostacoli e che ha bisogno continuo di pronte realizzazioni, lo sospinge verso nuove attività ed eccolo farsi promotore dell'Istituto di Statistica dell'Università di Parigi; del quale diventerà, dalla sua creazione (1922), il direttore, dove insegnerà statistica metodologica e sotto i cui auspici avrà vita quel servizio economico di Francia, che, in collaborazione coi servizi economici di Harvard e di Londra e Cambridge e poco più tardi di Padova e Roma, si propone di seguire il movimento degli

---

(1) In verità, il March, appena uscito dal Politecnico come ingegnere industriale, entrò nell'industria meccanica; ma per brevissimo tempo, chè poco più che trentenne (1892) lo troviamo già sotto-capo sezione all'ufficio del lavoro di Francia.

(2) A questo proposito ricordiamo che il March, grande amico di Luigi Perozzo, riconobbe di sua iniziativa allo statistico italiano la priorità dell'invenzione di una classificatrice, costruita press'a poco con gli stessi criteri sui quali aveva fondata la costruzione della sua. Cfr. il mio articolo *La prima classificatrice fu inventata da un italiano*, nel « Barometro Economico » dell'agosto 1934.

affari dei grandi paesi, per le ricerche sulla congiuntura ed i tentativi della previsione.

Ancor quando apparteneva al Ministero del Lavoro di Francia, L. March aveva avuto più volte occasione di manifestare le sue qualità di studioso e la sua preparazione scientifica, materiata dalla grande conoscenza che dei problemi sociali gli veniva dal suo stesso ufficio.

Così i suoi studi di demografia l'avevano portato ad occuparsi del movimento d'eugenica, a promuovere, dopo il Congresso di Londra del 1912, una Società francese d'eugenica, a tracciare con visione realistica le linee di una politica francese della popolazione (1). Così pure in quel periodo pubblicava numerosissimi articoli e monografie di statistica economica, con particolare attinenza al lavoro nelle industrie, ai prezzi, al costo della vita, ai salari (2).

Ma i maggiori contributi alla scienza si hanno da L. March già quasi sessantenne, quando raccogliendo le vele della lunga preparazione, si propone di sistemare il metodo che gli ha fruttato tanta esperienza e tanta dovizia di risultati.

---

(1) Fra le tante pubblicazioni di quel periodo ricorderemo: *Infertilité et puericulture*, nella « Revue du mois » del 1910; *La fertilité des mariages suivant la profession*, nella « Revue philantropique », pure del 1910; *La statistique internationale du mouvement de la population d'après les registres de l'état civil de* 1901 *a* 1910, nel « Bulletin de l'Institut International de Statistique », Tome XX, Vienna, 1913; *Repopulation and eugenics*, nella « Eugenics Review », dell'ottobre 1913; *Repopulation et eugénique* in « Eugénique » (organo della Società francese d'Eugenica) del 1913; *Natalité et eugénique*, nel volume « Eugénique et selection », Parigi, Alcan, 1913; *Sur la réceptivité héréditaire relative des ainés et des cadets*, in « Eugénique », del 1914, etc.

Sin dai primi anni del secolo, il March aveva pubblicato nel « Journal de la Société de Statistique de Paris »: *Familles parisiennes en* 1901 (Journal etc. 1903), *Tables de mortalité de la population de la France au debut du XX siècle* (id., 1906), etc.

(2) Cfr., *Quelques exemples de distribution des salaires*, nel « Journal de la Société de Statistique de Paris », 1898; *Les salaires et la durée du travail dans l'industrie francaise*, id., id.; *Quelques observations sur les procédés et sur certains enseignements des statistiques des salaires*, id., 1908; *Influence des variations des prix sur le mouvement des dépenses ménagères, à Paris*, id., 1910; *Le coût de la vie*, « Bulletin de la Société scientifique d'hygiène alimentaire », 1911; *Le mouvement des prix et de l'activité productrice*, « Bulletin de la Statistique générale de la France », 1911; *L'influence de l'accroissement du stock monétaire sur les prix*, « Journal de la Société de Statistique de Paris », 1932; *La théorie des salaires*, id., id.; *Observations et stabilisation des prix*, id., 1913; etc.

Non è senza significato che Corrado Gini, fondando nel 1921 la sua Rivista Internazionale, il « Metron », che la parte più cospicua riserberà ad ospitare i contributi mondiali alla statistica metodologica, chieda proprio a Lucien March l'articolo inaugurale, *La méthode statistique*, che, nella sua grande semplicità, nella sua limpida chiarezza, rivela il Maestro. Se gli statistici anglo-sassoni spesso e volentieri ignorano o fingono di ignorare la produzione scientifica italiana, Lucien March, al contrario, spirito eminentemente latino, si accosta, per amicizie personali, per affinità di pensiero e di indirizzo, alla Scuola italiana. Conosce meglio di molti stranieri la nostra letteratura e richiama ripetutamente su di essa, come sui progressi dell'organizzazione statistica italiana, l'attenzione dei suoi compatrioti. Detta recensioni sul « Journal de la Société de Statistique de Paris» dei lavori di Corrado Gini, Giorgio Mortara etc.; nel suo mirabile trattato *Les principes de la Méthode statistique* (1), nel quale ha sistemato il frutto del lungo studio e della sua provata esperienza, cita Corrado Gini, Giorgio Mortara, Rodolfo Benini, Alfredo Niceforo, Luigi Galvani, Costantino Bresciani-Turroni, fra i viventi; Augusto Bosco, Luigi Bodio, Luigi Perozzo trapassati. Del Gini particolarmente, ricorda la differenza media e ne fa numerose applicazioni.

La collaborazione al « Metron » (2), al consiglio direttivo del quale il March appartenne sin dalla fondazione, si integra con la collaborazione fra il servizio economico di Parigi, diretto, come già dicemmo, dal March, e quello di Padova e Roma diretto dal Gini; tanto dal punto di vista tecnico che da quello economico, grande è l'affinità di indirizzo e di finalità delle due riviste pubblicate dai detti servizi (3).

---

(1) Alcan, Paris, 1930.

(2) Oltre al citato articolo, comparso nel n. 1, del Vol. I, ricordiamo *Les modes de mesure du mouvement général des prix*, n. 4, Vol. I; *Les indices économiques*, n. 3, Vol. III, (si vedano al riguardo anche le cortesi repliche del Gini in *Quelques considérations au sujet de la construction des nombres indices des prix et des questions analogues*, n. 1, Vol. IV); *L'analyse de la variabilité*, n. 2, vol. VI.

(3) *Les indices du mouvement des affaires en France et en divers pays*, edita prima dalla « Revue Politique et Parlementaire », e quindi sotto gli auspici dell'Istituto di Statistica dell'Università di Parigi; *Gli indici del movimento economico italiano*, editi sotto gli auspici delle Università di Padova e di Roma, trasformati più tardi in *La Vita economica italiana*, edita sotto gli auspici dell' Istituto di statistica della Università di Roma.

E questa comunione si riflette nelle commissioni e nelle sessioni dell'Istituto Internazionale di Statistica quando si discute intorno ai criteri più appropriati per lo studio della congiuntura economica (1).

Estimatore ed amico del Gini, lo presenta alla Société de Statistique de Paris, quando, invitato, il Gini vi tenne una conferenza sulla statistica italiana (2). Gli è a fianco ovunque nei congressi (a quello italiano di Eugenica del 1924 (3) ; a quello della popolazione tenutosi a Roma nel 1931 sotto la presidenza del Gini) del pari che a tutte le sessioni dell'Istituto Internazionale di Statistica. La comunicazione fatta al Congresso della popolazione « Population et rationalisation » può definirsi una sintesi degli studi del Gini sulla popolazione e mostra di accoglierne le originali vedute (4).

Come presidente della Commissione mista della statistica intellettuale, si giova infine della collaborazione del prof. Vincenzo Castrilli, dell'Istituto Internazionale della Cooperazione Intellettuale, allievo del Gini.

Ho incontrato Lucien March la prima volta nel 1925 alla sessione di Roma dell'Istituto Internazionale di Statistica; ci siamo ritrovati a Varsavia nel 1929; poi, nel 1931, a Madrid. Piccolo piccolo, segaligno, occhi mobilissimi, parola rapida, tagliente, vestito quasi sempre in noisette, gilet bianco e l'immancabile paglietta.

---

(1) Fra i rapporti e le comunicazioni del MARCH all'Istituto Internazionale di statistica ricorderemo : *Rapport sur les indices de la statistique économique*, Tomo XXI, Bruxelles, 1923 ; *Les éléments instructifs des prévisions économiques*, Tomo XXIV, Varsavia, 1929 ; *La statistique et le mouvement des affaires*, Tomo XXV, Tokio, 1930.

Sugli stessi argomenti il MARCH ha pubblicato inoltre dei supplementi agli *Indices du mouvement des affaires*, cit., nel gennaio 1926, nel gennaio 1929, nell'aprile del 1932 ; nel « Journal de la Société de Statistique de Paris », *L'étude statistique du mouvement des affaires*, nel 1923 ; *Edgeworth et les indices du mouvement des prix*, nel 1927, Ricorderemo anche : *Mouvement des prix et des salaires pendant la guerre*, Paris, Les Presses universitaires de France, 1922, etc., etc.

(2) Cfr. « Journal de la Société de statistique de Paris », gennaio-febbraio 1927.

(3) Cogliamo qui l'occasione per ricordare i principali articoli di Eugenica pubblicati dal MARCH intorno a quel tempo : *Eugénique et natalité*, « Eugénique », 1921 ; *Le second congrès international d'Eugénique*, id., 1922; *Journée d'Eugénique à Bruxelles*, id., id. : *L'education eugénique en vue du mariage*, id., 1923 ; *Immigration et natalité*, id., 1924, etc.

(4) « Atti del congresso internazionale per gli studi sulla popolazione », Vol. VIII, Poligrafico dello Stato, Roma, 1933.

Non eravamo d'accordo sul suo risoluto proposito di far della statistica metodologica quasi senza matematica, quasi senza calcolo delle probabilità, ma la discussione era con lui sempre istruttiva ed affabilissima.

Anche per questo ricordo personale, mi è stato gradito oggi parlare di lui su queste pagine.

ANDREAS M. ANDRÉADÈS. — Anche Andreas M. Andréadès appartenne al Comitato direttivo del « Metron » dalla sua fondazione e collaborò direttamente alla Rivista sin dal secondo numero del primo volume, con l'articolo *De la population de Constantinoples sous les empereurs byzantins* (1) ed alla Biblioteca del « Metron », iniziandone addirittura la collezione, col primo volume della serie *A* : *La population anglaise avant, pendant et aprés la grande guerre.*

Lo studio sulla popolazione di Costantinopoli mette in luce la profonda conoscenza e la sagace interpretazione delle fonti e può stare accanto alle monografie ormai classiche di J. Beloch, dal quale il Nostro sembra aver ripetuta l'impostazione metodologica.

Il volume, che illustra la compagine della popolazione inglese con eleganza di forma, con profondità d'indagine, con rigore d'analisi, pur senza elaborazione alcuna — come statistico l'Andréadès non andava più oltre della rilevazione dei dati che commentava acutamente — ci rivela un Andréadès garbatamente anti-Malthusiano nei riguardi dei suoi amici d'oltre Manica. Sono questi due lavori i contributi più importanti dell'A. alla demografia. Numerosissimi, invece, i suoi studi di statistica finanziaria e di storia economica e finanziaria, saldamente documentati da materiale statistico, che lo storico ha saputo pazientemente raccogliere e abilmente sfruttare.

Particolare originalità ed interesse offre la sua ultima monografia, presentata alla sessione di Londra dell' Istituto Internazionale di Statistica, sull'ammontare del bilancio di Alessandro il Macedone, nella quale l'autore mette in contrasto con le presenti condizioni, le modeste risorse budgetarie dei grandi stati antichi, i

---

(1) In « Metron » pubblicò altri due articoli : *La population de l'Attique aux IV^e^ et V^e^ siècles* (vol. VII, n. 3, 1928) e *La mort de Sparte et ses causes démographiques* (vol. IX, n. 1, 1931).

cui capi dovevano attingere ad altre ricchezze accumulate i mezzi per la loro patologica prodigalità (1).

Opere di grande mole sono: la *Storia della Banca d'Inghilterra*, pubblicata in francese ed in inglese; le *Pubbliche Finanze dell'Eptaneso al tempo del dominio Veneto;* la *Storia economica della Grecia dal periodo eroico fino alla costituzione del Regno greco*, della quale esiste già una traduzione tedesca ed una inglese, mentre è sotto stampa anche l'edizione italiana (2).

L'obiettività con la quale l'Andréadès esaminava le questioni, dovuta al suo eclettismo ed al fatto ch'egli non apparteneva ad alcuna scuola economica e non serviva alcun interesse, nè alcuna classe sociale, aggiunge maggior autorità e valore alle sue osservazioni critiche ed ai risultati raggiunti.

In verità l'Andréadès fu di amplissima e multiforme attività: economista, critico teatrale e letterario, scrittore politico e storico, filologo, epigrafista, studioso viaggiatore in tutti i paesi del mondo, conferenziere, rappresentante della Grecia in congressi scientifici, in consessi politici, fra i quali la Società delle Nazioni, decoratissimo delle più alte onorificenze di tutti gli Stati, membro di numerosissime accademie, fra cui l'Istituto Internazionale di Statistica.

Nato nel 1876 a Corfù, non ancora trentenne salì la cattedra di economia e statistica nell'Università di Atene da cui si ritirò pochi mesi prima della morte.

Altamente apprezzato ed onorato anche in Italia, rappresentava lo scorso aprile la Grecia al Congresso di papirologia tenutosi a Firenze ed in quell'occasione lesse a Pisa un suo dotto discorso sulle relazioni dell'antica repubblica marinara con la Grecia.

Nelle sue peregrinazioni scientifiche di alcuni anni or sono, aveva voluto visitare anche l'Istituto di statistica dell'Università di Padova. Ci eravamo incontrati lo scorso anno a Londra, ci attendeva pel prossimo ad Atene, dove si riunirà la XXIII sessione dell'Istituto Internazionale di Statistica.

La morte lo colse ancor giovane, in grande fervore di iniziative e di opere.

---

(1) *Le Montant du budget d'Alexandre le Grand*, XXII Session de l'Inst. Int. de Statistique, Londra, 1934.

(2) Un elenco delle pubblicazioni dell'ANDRÉADÈS si trova nella copertina del volume della Biblioteca del « Metron », cit. nel testo. Questo elenco si arresta al 1922, le opere diverse, citate nel testo, sono le principali successive.

Emanuel Czuber. (1851-1925) — Il nome dell'eminente professore del Politecnico di Vienna, dove ha insegnato dal 1891 al 1921, è particolarmente legato al calcolo delle probabilità e alla statistica matematica.

Non v'è trattato di statistica metodologica, di calcolo delle probabilità, di matematica finanziaria ed attuariale che non faccia riferimento alle opere di E. Czuber, che non ne riproduca le trattazioni più decisive, che non ne usi le formule e le tavole. Fondamentale per il metodo statistico e per la teoria degli errori è considerata l'opera, in due volumi, dal titolo: *Wahrscheinlichkeitsrechnung* (1), Vol. I, *Wahrscheinlichkeitstheorie, Fehlerausgleichung, Kollektivmasslehre;* Vol. II, *Mathematische Statistik, mathematische Grundlagen der Lebensversicherung.*

Notevoli anche i contributi alla teoria statistica della mortalità come quello *Zum Problem der Sterblichkeitsmessung* (2) e l'altro *Neue Sterblichkeitsuntersuchungen an Versicherten* (3) etc.

La sua produzione nel campo della matematica pura è, più che altro, di divulgazione e si sintetizza nei due volumi *Vorlesungen über Differential-und Integralrechnung* (Lipsia, 1922).

Per ciò che concerne più particolarmente la statistica metodologica, il matematico austriaco non è un teorico esclusivista, unilaterale: egli da un lato si accosta alla Scuola anglo-sassone, dall'altro a quella italiana.

Il suo volume, *Die Statistichen Forschungs-methoden* (4) presenta, infatti, una grandissima affinità con l'*Introduction to the theory of Statistics* dell'Yule.

Con il suo *Beitrag zur Theorie statistischen Reihen* (5), lo Czuber, invece, non solo riprende i primi studi del Gini sulla differenza media ed espone i risultati degli autori italiani che di questa misura della variabilità avevano fatte applicazioni, ma vi aggiunge personali contributi, sia per ciò che riguarda la teoria generale, sia per le numerose ed interessanti applicazioni. Mi sia consentito ricordare che, quasi contemporaneamente e, comunque, indipendentemente

---

(1) Leipzig, I, 3ª ed. 1914; II, 3ª ed. 1921.

(2) « Zeitschrift für die Ges. Versicherungswissenschaft », Bd. IV, 2 Heft.

(3) Id., id., Juli 1905.

(4) Wien, L. W. Seidel & Son, 1921.

(5) « Versicherungswissenschaftlichen Mitteilungen », Neue Folge, 9 Bd., 2 Heft, 1914.

l'uno dall'altro, abbiamo dato allora, lo Czuber ed io, la formula della differenza media per il caso di distribuzioni continue.

La memoria in parola, inoltre, riprendendo le formule del Pareto e del Gini sulla distribuzione dei redditi globali, ne faceva un'applicazione, con criteri e procedimenti propri dell'autore, alla distribuzione dei redditi dell'Austria nel 1904 e nel 1911, accompagnata da una critica ai risultati ed alle conclusioni cui erano pervenuti alcuni autori italiani con le loro indagini.

Cortesi repliche del Gini e del Savorgnan misero in evidenza come talune affermazioni dello Czuber circa la preferenza da accordare all'indice α del Pareto in confronto di quello δ del Gini, dovevano necessariamente venir modificate, in seguito a correzioni di errori materiali in cui lo Czuber era incorso, avendo scambiato nei calcoli alcuni valori con certi altri. Ma io ho qui rievocato la cortese discussione soltanto per metter in evidenza gli stretti rapporti di studio che legavano Emanuel Czuber alla statistica italiana.

Con quanta cordialità si mantenne poi col direttore di questa rivista, al cui consiglio direttivo appartenne, come il March e l'Andréadès, sin dalla fondazione, lo prova la diffusione che egli ha contribuito a dare tra i Tedeschi alle opere del Gini, sia con quanto ha scritto sulla differenza media, sia col riassunto del volume sui *Problemi sociologici della guerra*, sia con altri scritti.

Emanuel Czuber è uno dei benemeriti che ci hanno insegnato quale potente mezzo d'analisi nelle ricerche statistiche sia la matematica. Eppure vi sono ancora dei sedicenti statistici che pretendono fare della statistica senza conoscere la matematica.

Anche Lucien March non voleva ricorrere come statistico che alla matematica elementare ; ma egli sapeva farlo, perchè la matematica la conosceva profondamente !

Sir George Handley Knibbs (1858-1929). Appena dopo un lungo periodo, che ci appare quasi trascorso in vari ed incerti tentativi sulla scelta del cammino della sua vita, appena quando era già da qualche anno entrato in piena maturità, allora soltanto comincia l'attività di questo scienziato australiano ; subito dopo, cioè, che egli era stato incaricato di creare, nel 1906, l'Ufficio di statistica del suo paese, ufficio poi da lui diretto ininterrottamente sino al 1921.

Non che la precedente attività, sopratutto in quanto prepa-

razione matematica — nel 1905-06 ha anche insegnato fisica all'università di Sydney — non abbia costituito il presupposto logico per il futuro statistico.

Che, se la feconda operosità del Knibbs si manifesta nell'ufficio pubblico con il primo volume dell'Year-Book del 1908 — che raccoglie le statistiche dell'Australia dal 1788 al 1907 ed una interessante storia della Statistica Australiana, il suo nome è chiaro presso gli statistici di tutto il mondo specialmente per i contributi importantissimi ch'egli ha portato alla nostra disciplina con la trattazione matematica dei problemi fondamentali della demografia.

La sua teoria matematica della popolazione (1) — pubblicata in appendice al primo volume della relazione del censimento australiano del 1911 — può considerarsi ormai un'opera classica, citata universalmente, per la rigorosa sistemazione metodologica delle ricerche intorno alle caratteristiche ed alle fluttuazioni della popolazione, con particolare riguardo a quella australiana.

Nel campo della statistica economica si possono ricordare particolarmente i suoi contributi alla teoria dei numeri indici e alcune formulazioni matematiche intorno alla distribuzione della proprietà terriera e dell'income-tax dell'Australia (2).

Non è qui il caso di neppure proporci una sia pur fugace analisi dell'opera del Knibbs (3) ; non possiamo tuttavia esimerci dal ricordare come egli, partendo dalla ipotesi della tendenza di una popolazione qualunque ad aumentare in ragione costante, abbia

---

(1) *The mathematical theory of population, of its character and fluctuations, and the factors which influence them.* — Melbourne, 1917.

(2) Cfr. fra l'altro *The nature of an unequivocal Price-index and quantity-index*, « Journal of the American statistical Association », March 1924 ; *Private Wealth of Australia and its growth as ascertained by various methods together with a report of the war census of* 1915, Melbourne 1918.

(3) Citiamo ancora : *Statistical opportunities of the medical profession and tuberculosis duration frequency curves, and the number of existing cases ultimately fatal*, Melbourne, 1908 ; *On the influence of infantile mortality on birth-rate*, Sydney, 1910; *Inquiry in to the Cost of Living in Australia*, 1910-11, Melbourne, 1911; *Suicide in Australia — A statistical analysis of the facts*, Sydney, 1912; *Pocket compendium of Australian statistics*, Melbourne, J. Mullett, 1918; *The foundamental elements of the problems of population and migration*, Eugenics Society, London; *The theory of large population aggregates*, « Metron » 1°, 1, 1920; *The growth of human population and the laws of their increase*, « Metron », V°, 3, 1925; *The shadow of the World's future*, London, 1928.

orientato il problema dello sviluppo delle popolazioni verso la soluzione anglo-sassone dell'*optimum* demografico e del *birth-control*, deprecando il pericolo della sovrapopolazione.

Senonchè al principio del freno all'aumento della popolazione — fonte, anche secondo il Knibbs, di miserie e di pericolo sociale — proposto dagli anglo-sassoni e che questi intendono imporre agli altri popoli come scientificamente provato, patrocinandone l'accoglimento nel campo teorico non solo, ma anche in quello pratico, mentre in realtà corrisponde perfettamente soltanto agli interessi di popoli come gli anglo-sassoni in grande decadenza demografica, la Scuola italiana, per opera essenzialmente del suo autorevole capo, il Gini, ha sostituita una concezione, più comprensiva e più aderente alla realtà, intorno alle basi scientifiche dell'evoluzione delle popolazioni, tale da tener conto degli interessi e dei bisogni di tutte le popolazioni e non solo di quelle che si trovano in un determinato stadio di evoluzione.

A parte questa pur profonda divergenza, il Knibbs ha figurato molto autorevolmente fra i membri del Comitato direttivo del « Metron », cui appartenne sin dalla fondazione ed al quale collaborò sin dal primo numero (1).

Notevole la sua critica, pur apparsa su questa stessa Rivista (2), alla curva « logistica » quale rappresentazione grafica di una intrinseca legge dello sviluppo delle popolazioni.

Certamente può essere, anche generalmente parlando, molto discutibile di voler attribuire valore di legge a semplici funzioni del tempo, considerato come unica variabile indipendente. Può bensì esser assai comodo il farlo, ma non bisogna sopravalutarne la portata ed i risultati ; tuttavia le ricerce statistiche, almeno allo stadio attuale della scienza, molto si avvantaggiano da procedimenti del genere, i soli, si può dire, che consentano di seguire lo sviluppo dei fenomeni attraverso una lunga serie di osservazioni.

Ma, a completare ormai le brevi notizie biografiche intorno a Sir George Knibbs, valga ancora il ricordo che, dopo aver lasciato l'ufficio della Statistica Australiana, egli divenne direttore dell' « Australian Institut of Sciences Industry » e fu successivamente « Royal Commissioner » per l'istruzione, l'assicurazione, il com-

---

(1) *The theory of large population etc.*, cit.
(2) *The growth etc.*, cit.

mercio e l'industria del suo paese ; mentre altri importanti uffici politici coprì anche durante la guerra europea.

Dotato di geniale coltura e di grande prestigio personale, egli fu anche poeta !

Carl V. L. Charlier è nato a Ostersund nel 1862. Nel 1897 fu nominato professore nell'Università di Lund e direttore di quell'Osservatorio astronomico. Da alcuni anni come professore emerito viveva ritirato, e assai sofferente, coi propri famigliari.

La sua prima affermazione statistica è del 1906 con le sue ricerche sulla teoria della probabilità (1) e da allora la statistica matematica diventa per lui il metodo d'indagine che preferirà all'osservazione diretta anche nelle sue speculazioni astronomiche.

La più suggestiva espressione di questo orientamento la si ritrova nelle sue memorie intorno alla *costruzione dei cieli* e particolarmente alla formazione della via lattea (2).

In questa astronomia stellare le ricerche dello Charlier e dei suoi allievi hanno dato già dei risultati importanti ed ormai non è possibile ignorarle nella discussione delle teorie cosmogoniche. È assai verosimile — dice E. Borel (3) — che lo sviluppo della astromia stellare ci condurrà a constatare numerose analogie fra le leggi dei movimenti delle stelle e le leggi dei movimenti delle molecole d'un gas rarefatto. Questa analogia fra l'infinitamente piccolo e l'infinitamente grande sarebbe piaciuta a Pascal !

Ma notevoli sono anche i contributi diretti di Carl Charlier, alla statistica metodologica (4). Il suo nome è legato particolarmente alla teoria analitica delle curve di frequenza. Accanto alle generalizzazioni di Pearson, si ricordano ormai anche i due tipi *A* e *B* di curve del Nostro, che, sotto particolari condizioni, si prestano a rappresentare con grande approssimazione le distribuzioni. Ma Carl Charlier non fu solo un astronomo ed un teorico. Come maestro, seppe formare intorno a sè valorosi allievi e, per lo Stato,

---

(1) *Researches into the Theory of Probability*, « Contributions from the Astronomical Observatory », 1906, Lund.

(2) Cfr., Lund Medd, Ser. ii, 8 e ser. ii, 9.

(3) *Le Calcul des probabilités et les sciences exactes*, « Atti del congresso internazionale dei matematici », Bologna, 1928, Tomo I.

(4) *Vorlesungen über die Grundzüge der mathematischen Statistik*, Lund-Hamburg, 1920 ; *Contribution to the mathematical theory of statistics*, « Arkiv för Mathematik, Astronomi och Fysik », Upsala & Stockholm, 1914.

abili funzionari. Al governo del proprio paese portò, inoltre, il contributo della sua competenza tecnica in parecchie questioni interessanti la finanza pubblica. Così gli uomini di genio appaiono completi, quando, oltre che al progresso della scienza, si consacrano anche all'amore della Patria.

Settembre 1935.

Pubblicazioni ricevute. Publications reçues. Publications received. Erhaltene Veröffentlichungen.

Periodici — Périodiques. Periodicals — Zeitschriften.

Acqua e Gas. — Anno 1935, fascicoli da settembre a dicembre.
Alcuni Indici della Situazione Economica Italiana e del Lazio. — Anni 1933, 1934 e 1935, completi.
Annali del Fascismo. — Anni 1933, 1934, 1935, completi.
Annali di Economia. (Università Commerciale Bocconi). Anni 1933, 1934, 1935, completi.
Assicurazioni Sociali (Le). — Anni 1933, 1934, 1935, completi.
Assistenza Fascista. — Anno 1934, n. 1-2 ; Anno 1935, completo.
Assistenza Sociale nell'Industria (L'). — Anni 1933, 1934, 1935, completi.
Atti della R. Accademia dei Georgofili. — Anni 1933, 1934, 1935, completi.
Atti del R. Istituto Veneto di Scienze, Lettere ed Arti. — Anno 1933-34, Tomo XCIII, completo.
Bollettino delle Malattie Infettive del Regno. — Anni 1933, 1934, 1935, completi.
Bollettino Mensile del Banco di Sicilia. — Anni 1934, 1935, completi.
Bollettino Mensile delle Compagnie di Navigazione. — Anni 1933, 1934, 1935, completi.
Bollettino Mensile della Società delle Nazioni. — Anni 1933, 1934, 1935, completi.
Bollettino Mensile dei Prezzi. (Istituto Centrale di Statistica del Regno d'Italia). — Anni 1933, 1934, completi. Anno 1935, fascicoli da 1 a 10.
Bollettino Mensile di Statistica. (Istituto Centrale di Statistica del Regno d'Italia). — Anni 1933, 1934, 1935, completi.
Bollettino Mensile di Statistica Agraria e Forestale. (Istituto Centrale di Statistica del Regno d'Italia). — Anni 1933, 1934, completi. Anno 1935, fascicoli da 1 a 10.
Bollettino di Notizie Economiche. — Anni 1933, 1934, 1935, completi.
Bollettino Sanitario del Bestiame. (Ministero dell'Interno). — Anni 1933, 1934, 1935, completi.
Bollettino Semestrale di Statistica e Legislazione Comparata. — Anni 1933, 1934, 1935, completi.
Bollettino Statistico Mensile per la Provincia di Milano. — Anni 1933, 1934, completi. Anno 1935, fascicoli da 1 a 10.
Bollettino Statistico del Ministero dei Lavori Pubblici. — Anni 1933, 1934, completi. Anno 1935, fascicoli da 1 a 8.

Bollettino Ufficiale — Legislazione e Disposizioni Ufficiali (Ministero della Finanze — Direzione Generale della Tasse. sugli Affari) Anni 1933, 1934, 1935, completi.

Bollettino Ufficiale (Ministero delle Finanze — Direzione Generale delle Dogane e Imposte Indirette). — Anni 1933, Vol. LXXIII, nn. 1-123, 125-182. Anno 1934, Vol. LXXIV, nn. 1-237, 239-253, 255-260. Anno 1935, Vol. LXXV, nn. 1- 43, 45-74, 76-157, 159-186, 189-228, 230-253.

Casa e Lavoro. — Anno 1933, completo.

Commercio. (Confederazione Nazionale Fascista dei Commercianti). Anni 1933, 1934, 1935,completi.

Conto Riassuntivo del Tesoro. (Ministero delle Finanze). — Anni 1933, 1934, completi. Anno 1935, fascicoli da 1 a 9.

Corriere del Danubio (Il). — Anni 1933, 1934, 1935, completi.

Credere. — Anno 1934, completo.

Dati mensili relativi all'esercizio delle FF.SS. — Anni 1933, 1934 completi. Anno 1935, fascicoli da 1 a 6.

Echi e Commenti. — Anni 1933, 1934, 1935, completi.

Economia. — Anni 1933, 1934, 1935, completi

Forze Civili (Le). — Anno 1933, nn. 1, 3-9, 11-12. Anno 1934, nn. da 2 a 12. Anno 1935, nn. da 1 a 8.

Giornale di Agricoltura della Domenica. — Anno 1933, nn. 1, 3-8, 11-15, 17-37, 39-53. Anno 1934, nn. 1-36, 38-52. Anno 1935, completo.

Giornale Economico (Il). — Anni 1933, 1934, 1935, completi.

Giornale degli Economisti e Rivista di Statistica. — Anni 1933, 1934, completi. Anno 1935, n. 1.

Girnale dell'Istituto Italiano degli Attuari. — Anni 1933, 1934, 1935, completi.

Giornale di Matematica Finanziaria. — Anni 1933, 1934, completi. Anno 1935, n. 1.

Giornale di Medicina Militare. — Anni 1933, 1934, 1935, completi.

Indici settimanali di borsa. (Consiglio Provinciale dell'Economia Corporativa di Milano). — Anni 1933, 1934, completi. Anno 1935, nn. da 1 a 44.

Indici settimanale dei prezzi all'ingrosso. (Consiglio Provinciale dell'Economia Corporativa di Milano). — Anno 1933, nn. 1-14, 16-31, 33-52. Anno 1934, nn. 1-45, 47-49, 51-53. Anno 1935, nn. 2-5, 7-9, 11-13, 15-22, 24-26, 28-35, 37-39, 41-44.

Industria Lombarda (L') — Anno 1933, nn. 1-2, 7-11, 13-51. Anno 1934, nn. 1-35, 39-47, 49-51.

Italia che scrive (L'). — Anni 1933, 1934, 1935, completi.

Listino settimanale di prezzi all'ingrosso. (Consiglio Provinciale dell'Economia Corporativa di Milano). — Anni 1933, 1934, completi. Anno 1935, nn. 1-16, 18-21, 23-26, 28, 30, 32-52.

Marina Italiana (La). — Anni 1933, 1934, 1935, completi.

Notiziario Demgrafico. (Istituto Centrale di Statistica del Regno d'Italia). — Anni 1933, 1934, 1935, completi.

Notiziario Economico dell'Argentina. — Anni 1933, completo, Anno 1934, fascicoli da 1 a 10.

Notiziario Economico Commerciale del Brasile. — Anno 1933, completo. Anno 1934, fascicoli da 1 a 9 e 11.

Notiziario Economico dell' U.R.S.S. — Anni 1933, 1934, 1935, completi.
Numeri indici dei prezzi all'ingrosso. (Consiglio Provinciale dell'Economia Corporativa di Milano). — Anni 1933, 1934, completi. Anno 1935, fascicoli da 1 a 8.
Numeri indici mensili della produzione industriale in Italia. — Anno 1934, completo. Anno 1935, fascicoli da 1 a 8.
Nuovi Studi di Diritto, Economia e Politica. — Anni 1933, 1934, completi.
Organizzazione Industriale (L'). — Anni 1933, 1934, 1935, completi.
Organizzazione Scientifica del Lavoro (L'). — Anni 1933, 1934, 1935, completi.
Questioni meridionali. — Anni 1934, 1935, completi.
Rassegna Economica. (Banco di Napoli). — Anni 1933, 1934, 1935, completi.
Rassegna Economica dell'Abruzzo Teramano. — Anno 1933, completo.
Rassegna del mercato dei carboni. — Anni 1934, 1935, completi.
Rassegna Quindicinale dell'Agricoltura. — Anni 1933, 1934, 1935, completi.
Rendiconti del Reale Istituto Lombardo di Scienze e Lettere. — Anni 1933, 1934, completi, Anno 1935, fascicoli da I a XVIII.
Rendiconti del Seminario della Facoltà di Scienze della R. Università di Cagliari. — Anni 1933, 1934, completi, Anno 1935, fascicolo 1.
Riforma Sociale (La). — Anni 1933, 1934, completi. Anno 1935, fascicoli 1-2, 3-4.
Rivista di Antropologia. — Anni 1932-1933, 1933-1934, completi.
Rivista delle Assicurazioni. — Anno 1933, fascicoli 1-2, 3-4, 5-6.
Rivista Bancaria — Anni 1933, 1934, 1935, completi.
Rivista di Diritto Commerciale. — Anni 1933, 1934, completi. Anno 1935, fascicoli 1-2, 3-4.
Rivista di Diritto Penitenziario. — Anni 1933, 1934, 1935, completi.
Rivista Internazionale del Cinema Educatore. — Anno 1933, completo.
Rivista Internazionale di Scienze Sociali. — Anni 1934, 1935, completi.
Rivista Mensile della Città di Venezia. — Anni 1933, 1934, completi. Anno 1935, fascicoli da 1 a 8.
Rivista di Politica Economica. — Anni 1933, 1934, 1935, completi.
Scientia. — Anni 1933, 1934, 1935, completi.
Statistica del Commercio Speciale di Importazione e di Esportazione (Ministero delle Finanze). — Anni 1933, 1934, completi. Anno 1935, fascicoli da 1 a 9.
Statistica delle Imposte di Fabbricazione e di Esportazione. (Ministero delle. Finanze). — Anni 1933, 1934, completi. Anno 1935, fascicoli da 1 a 9.
Studi Senesi del Circolo della R. Università di Siena. — Anni 1933, 1934, 1935, completi.
Sul Mare. — Anni 1933, 1934, 1935, completi.
Tempo (Il). — Anno 1933, numeri da 1 a 14. Anno 1934, nn. 5, 9, 10, 13, 15. Anno 1935, nn. 1-8.
Vita Economica Italiana (La). — Anni 1933, 1934, 1935, completi.

Archives de Sociologie. (Institut International de Sociologie). — Année 1933, complète. Année 1934, fasc. 1.
Bibliographie d'Hygiène Industrielle (Bureau International du Travail). — Année 1933, complète.

Bulletin de la Banque Nationale de Roumanie. — Années 1933, 1934, 1935, complètes.

Bulletin de la Banque Nationale de Tchécoslovaquie. — Années 1933, 1934, 1935, complètes.

Bulletin Mensuel de Statistique Agricole et Commerciale. — Années 1933, 1934, 1935, complètes.

Bulletin Mensuel de Statistique de la Société des Nations. — Années 1933, 1934, 1935, complètes.

Bulletin Mensuel de Statistique publié par la Statistique Générale de la Grèce. — Années 1933, 1934, 1935, complètes.

Bulletin Mensuel de Statistique du Royaume de Bulgarie. — Années 1933, 1934, 1935, complètes.

Bulletin Officiel du Bureau International du Travail. — Année 1933, complète.

Bulletin de la Statistique Générale de la France. — Années 1933,1934, 1935, complètes.

Bulletin de la Statistique Générale de la France (Indices Economiques Hébdomadaires). — Année 1934-35, complète.

Bulletin de la Statistique Générale de la France (Supplément mensuel). — Année 1935, complète.

Bulletin Statistique Mensuel Hongrois. — Années 1934, 1935, complètes.

Bulletin Trimestriel de la Banque Nationale de Yougoslavie. — Années 1933, 1934, 1935, complètes.

Chronique de la Sécurité Industrielle. (Bureau International du Travail). — Année 1933, complète.

Commerce Extérieur de la République Polonaise. — Années 1933, 1934, 1935, complètes.

Coopération Intellectuelle (Institut International de la Coopération Intellectuelle). — Années 1933, 1934, 1935, complètes.

Epargne du monde (L'). — Années 1933, 1934, 1935, complètes.

Indices de l'Activité Économique en Yougoslavie. — Années 1934, 1935, complètes.

Indices du Mouvement Général des Affaires en France et Divers Pays. — Années 1933, 1934, complètes, Année 1935, fasc. 1.

Informations Sociales (Bureau International du Travail). Année 1933, complète.

Journal de la Société Hongroise de Statistique. — Années 1933, 1934, 1935, complètes.

Journal de la Société de Statistique de Paris. — Années 1933, 1934, 1935, complètes.

Materiaux pour l'Étude des Calamités. — Années 1933, nos. de 29 à 35.

Mouvement Syndacal International (Le). — Années 1933, 1934, complètes, Année 1935, fasc. 1-4.

Musée Social (Le). — Années 1933, 1934, 1935, complètes.

Nouvelles Sovietiques (Les). — Année 1933, complète.

Rapport Epidémiologique (Société des Nations). — Années 1933, 1934, 1935, complètes.

Rapports de l'Office de Statistique de la République Tchécoslovaque. — Années 1933, 1934, 1935, complètes.

Relevé Epidémiologique Hebdomadaire (Société des Nations). — Années 1933, 1934, 1935, complètes.
Revue de la Plus Grande Famille. — Année 1934, nos. 88, 89, 90. Année 1935, complète.
Revue Hongroise de Statistique. — Années 1934, 1935, complètes.
Revue Internationale de Sciences Administratives. — Années 1933, 1934, 1935, complètes.
Revue de l'Institut de Sociologie Solvay. — Années 1933, 1934, complètes. Année 1935, fasc. 1, 2.
Revue International du Travail (Bureau International du Travail). — Année 1933, complète.
Revue Trimestrielle de l'Istitut International de Statistique. — Années 1933, 1934, 1935, complètes.
Revue Trimestrielle de Statistique de la République Polonaise. — Années 1933, 1934, complètes.
Série Législative. — Année 1933, complète.
Société de Banque Suisse. — Année 1933, complète. Année 1934, nos. 1, 2, 3, 4, 5.
Statistique des Prix (République Polonaise). — Années 1933, 1934, 1935, complètes.
Statistique du Travail (République Polonaise). — Années 1933, 1934, 1935, complètes.
Tableau de Dépenses et des Recettes de l'État (Royaume de Yougoslavie). — Année 1934, fasc. de aout à décembre. Année 1935, complète.

Annals of Mathematical Statistics (The). — Year 1933, complete.
Bank of Finland. — Years 1933, 1934, 1935, completes.
Barclays Bank. — Year 1933, n. 3, 4, 5, 7, 8, 9, 10, 11, 12. Year 1934, complete. Year 1935, n. 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9.
Bulletin of the Pan American Union. — Years 1933, 1934, 1935, completes.
Crops and Markets. — Years 1933, 1934, 1935, completes.
D. N. C. Fortnightly report. — Years 1934, 1935, completes.
Ecology. — Years 1933, 1934, 1935, completes.
Economica. — Years 1933, 1934, 1935, completes.
Economic History. — Years 1933, 1935, completes.
Economic Journal. — Year 1933, complete. Year 1934, n. 174, 175, 176. Year 1935, n. 177, 178, 179.
Econometrica. — Year 1933, 1934, 1935, completes.
Educational Research Bulletin. — Years 1933, 1934, 1935, completes.
Eugenical News. — Years, 1933, 1934, 1935, completes.
Eugenics Review. — Years 1933, 1934, 1935, completes.
Genetics. — Years 1933, 1934, 1935, completes.
Guaranty Trust Company. — Years 1933, 1934, 1935, completes.
Human Biology. — Years 1933, 1934, 1935, completes.
Index. — Years 1933, 1934, 1935, completes.
Industrial Bulletin (The). — Years 1933, 1934, 1935, completes.
Insurance Herald. — Year 1934, n. 8, 9, 10, 11, 12. Year 1935, complete.
Insurance and Finance Review (The). — Years 1933, 1934, 1935, completes.

International Cotton Bulletin. — Years 1933, 1934, 1935, completes.
Japan Trade Review. — Years 1933, 1934, 1935, completes.
Journal of the Osaka University of Commerce. — Years 1933, 1934, completes.
Journal of Political Economy (The) — Years 1933, 1934, completes. Year 1935, Fasc. of Febraury, April, June, August.
Journal of the American Statistical Association. — Years 1933, 1934, 1935, completes.
Journal of the Royal Statistical Society. — Years, 1933, 1934, 1935, completes.
Kyoto University. - Economic Review. — Years 1933, 1934, 1935, completes.
Labour Gazette. — Years 1933, 1934, 1935, completes.
London & Cambridge Economic Service. — Years 1933, 1934, 1935, completes.
Monthly Report Department of Public Health of Toronto. — Years 1933, 1934, 1935, completes.
Monthly Vital Statistics. — Years, 1933, 1934, 1935, completes.
National Bureau of Economic Research. — Years 1933, 1934, 1935, completes.
Official Year Book of the New South Wales. — Year 1932-33, complete.
Price and Prices Index (Department of Trade and Commerce, Dominion Bureau of Statistics — Ottawa). — Years 1933, 1934, 1935, completes.
Proceedings of the Casualty Actuarial Society. — Years 1933, 1934, 1935, completes.
Quarterly Journal of Economics (The). — Years 1933, 1934, 1935, completes.
Quarterly Journal of Statistics (The). — Years 1933, 1934, 1935, completes.
Race Hygiene. — Years 1933, 1934, 1935, completes.
Review of Economic Statistics (The). — Years 1933, 1934, 1935, completes.
Statistical Bulletin. — Year 1933, ns. from April to December. Years 1934, 1935, completes
Statistical Bulletin (Metropolitan Life Insurance Company). — Years 1933, 1934, 1935, completes.
Statistical Register (New South Wales). — Years 1932-33, 1933-34, completes.
Transactions of the Actuarial Society of America. — Years 1933, 1934, 1935, completes.

Allgemeines Statistisches Archiv. — Jahrg. 1933, 1934, 1935, vollständing.
Archiv für Soziale Hygiene und Demographie. — Jahrg. 1933, Heft 1, 2-3, 4-5, 6.
Berliner Wirtschaftsberichte. — Jahrg. 1933, 1934, 1935, vollständing.
Deutsches Statistisches Zentralblatt. — Jahrg. 1933, 1934, 1935, vollständing.
Die Bank. — Jahrg. 1933, n. 1-13.
Monatliche Nachweise uber den Auswärtigen Handel Deutschlands. — Jahrg. 1933, 1934, 1935, vollständing.
Monatsberichte des Österreichischen Institutes für Konyunkturforschung. — Jahrg. 1933, 1934, 1935, vollständing.
Monatsbericht des Statistischen Amts der Stadt Berlin. — Jahrg. 1933, 1934, 1935, vollständing.
Weltwirtschaftliches Archiv. — Jahrg. 1933, 1934, 1935, vollständing.
Wirtschaft und Statistik. — Jahrg. 1933, 1934, 1935, vollständing.

Anales de Biotipologia, Eugenesia y Medicina Social. — Año 1934, nn. 23, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39,40, 41, 42, 43, 44, 45, 47, 51.

Boletin del Centro de Investigaciones Especiales o Laboratorio do Estadistica. — Año 1934, completo. Año 1935 n. de 2 a 9.

Boletim Hebdomadario de Estadistica Demographo-Sanitaria da Cidade do Rio de Janeiro. — Años 1933, 1934, 1935, completos.

Boletin Médico. — Año 1935, completo.

Boletin mensual — Banco Central de Chile. — Año 1935, completo.

Boletin mensual — Banco Central del Equador. — Año 1934, n. 6-12, año 1935, completo.

Boletin mensal de Estatistica Demographo-Sanitaria da Cidade do Rio de Janeiro. — Año 1933, completo. Año 1934, nos. de 1 a 11.

Boletin mensual de Estatistica Agropecuaria. — Años 1933, 1934, 1935, completos.

Butlletí mensual d'Estadística. — Años 1934, 1935, completos.

Buletinul Institutului Economic Românesc. — Années 1933, 1934, 1935, complètes.

Cenové Zprávy (Rapports sur les prix publiés par l'Office de Statistique de la République Tchécoslovaque). — Années 1933, 1934, 1935, complètes.

Direcion General de Sanidad (Boletin hebdomadario). — Años 1933, 1934, 1935, completos.

D. N. G. — Revista do Departamento Nacional do Café. — Años 1933, 1934, 1935, completos.

Divulgação de Informações e Propaganda. — Años 1933, 1934, 1935, completos.

Eugenesia. — Años 1933, 1934, 1935, completos.

Lwów w Cyfrach. — Années 1933, 1934, 1935, complètes.

Månedsopgaver over Vareomsetningen Med Utlandet. — Années 1933, 1934, 1935, complètes.

Měsíční Přehled Zahraničního Obchodu (Republiky Československé). — Années 1933, 1934, 1935, complètes.

Pasteur — Revista mensual de Medicina. — Año 1933, completo. Año 1934, noviembre y diciembre. Año 1935, completo.

Revista de Ciencias Económicas. — Años 1933, 1934, 1935, completos.

Revista Economica. — Años 1933, 1934, completos.

Revista de Economia y Estadistica. — Años 1933, 1934, 1935, completos.

Revista do Instituto de Café do Estado de S. Paulo. — Años, 1933, 1934, 1935, completos.

Revista de la Secretaria del Trabajo. — Año 1935, completo.

Statistica. — Voll. I (1929-30), II (1932), III (1933), IV (1934), V (1935).

Statisztikai Havifüzetei. — Années 1933, 1934, 1935, complètes.

Statistický Obzor. — Années 1933, 1934, 1935, complètes.

Statistiske Meddelelser. — Années 1933, 1934, 1935, complètes.

Ia Ulkomaankauppa (Helsinki). — Années 1933, 1934, 1935, complètes.

Ia Ulkomaankauppa Vuosijulkaisu (Helsinki). — Année 1933, complète.

Wiadomości Statystyczne (Varsovie). — Années 1933, 1934, 1935, complètes.

Wiadomo'ci Statystyczne — Miasta Poznania (Varsovie). — Années 1933, 1934, 1935, complètes.

Libri, Annuari, Opuscoli, Estratti, ecc.

Livres, Annuaires, Brochures, Extraits, etc.

Books, Yearbooks, Pamphlets, Reprints, etc.

Bücher, Jahrbücher, Broschüren, Separatabdrücke, usw.

Acerbo G. — *Compiti e prospettive dell'agricoltura nei sistemi di economia regolata.* Città di Castello, 1935 (Estr. « Giornale degli Economisti e Rivista di Statistica »).

Affricano R. — *La svalutazione del belga e le campagne contro il blocco oro.* Milano, 1935. (Estr. « Minerva Bancaria »).

Id. — *Lo sviluppo delle migrazioni interne e la politica di ruralizzazione.* Roma, 1935. (Estr. « Rivista di Politica Economica », Ann. XXV, Fasc. III).

Aimi A. — *Dalla scomparsa del salariato alla Corporazione.* Mantova, s. d.

Alberti S. — *Relazioni fra mortalità e statura.* Milano, 1934. (Estr. « Contributi del Laboratorio di Statistica dell'Università Cattolica del S. Cuore »).

Id. — *La mortalità antenatale.* Milano, 1934.

Id. — *La finanza moderna.* Vol. I : *La evoluzione e la essenza tecnica del credito mobiliare.* Milano, 1934.

Ambrosini G. — *L'Unione Sovietica : Ideologie e realtà.* Palermo, 1935.

Amministrazione dei Monopoli di Stato. — *Bilancio industriale per l'esercizio* 1931-32. Parte II, *Tavole Statistiche.* Roma, 1933.

Id. — *Idem per l'esercizio* 1932-33. Roma, 1934.

Id. — *Relazione e bilancio industriale per l'esercizio dal* 1° *luglio* 1933 *al* 30 *giugno* 1934. Parte I. Roma, 1935.

Id. — *Bilancio industriale per l'esercizio* 1933-34. Parte II, *Tavole Statistiche.* Roma, 1935.

Annuario delle Assicurazioni. — 1935-1936. Tivoli, 1935.

Annuario dell'Università Cattolica del S. Cuore. — *Anno accademico* 1934-1935. Milano, 1935.

Antonini G. e Corberi G. — *Le fughe degli adolescenti come occasione di reato.* Bologna, 1935. (Estr. « Rivista di Psicologia », A. XXXI, n. 4).

Associazione fra le Società Italiane per azioni. — *Società Italiane per azioni. Notizie statistiche.* Roma, 1934.

Id. — *Le società italiane per azioni raggruppate per categorie, regioni, capitali e data di costituzione.* Roma, 1934.

Atti del I Congresso Nazionale di Scienza delle Assicurazioni. — Vol. II : *Discussioni e deliberazioni.* Torino, 1929.

Atti dell'Istituto Nazionale delle Assicurazioni. — Vol. VI : *Conferenze di cultura assicurativa dell'anno* 1933. Roma, 1934.

Atti della fondazione scientifica Cagnola *dalla sua fondazione in poi.* Vol. 29°: 1928-33. Milano, 1934.

Bachi Riccardo. — *Il saggio di capitalizzazione delle nazioni. Dinamica attraverso il tempo. Dispersione dei saggi relativi alle singole società.* (XXII Sessione dell'Istituto Internazionale di Statistica, Londra). La Haye, 1934.

Id. — *Metodi per lo studio della distribuzione topografica dei fenomeni : la distanza media.* Roma, 1934. (Estr. « Barometro Economico », n. 49).

Id. — *I prezzi delle merci in Italia lungo le prime settimane dell'assedio economico.* Roma, 1935. (Estr. « Rivista di Politica Economica », Fasc. XII).

Bachi Roberto. — *La distribuzione geografica della natalità illegittima in Italia.* Città di Castello, 1935 (Estr. « Giornale degli Economisti e Rivista di statistica »).

Bachi Roberto e Flaschel-Modigliani. — *Maternità illegittima.* Roma, 1934.

Balducci G. — *Sulla mortalità degli insegnanti elementari pensionati. Contributo allo studio della stabilità delle frequenze di morte.* Rovigo, 1920. (Estr. « Metron » Vol. I, n. 2).

Ballarini F. — *Dal liberalismo al corporativismo.* Torino, 1935.

Banca d'Italia. — *Adunanza generale ordinaria degli azionisti tenuta in Roma il giorno* 29 *marzo* 1934-*XII.* Anno 40°. Roma, 1934.

Id. — *Adunanza generale ordinaria degli azionisti tenuta in Roma il giorno* 30 *marzo* 1935-*XIII.* Anno 41°. Roma, 1935.

Banca Nazionale dell'Agricoltura. — *Relazione e bilancio al* 31 *dicembre* 1933-*XII. XII Esercizio.* Milano, 1933.

Barberis L. — *Spese militari delle sette maggiori Potenze. Notizie Statistiche.* Roma, 1933 (Estr. « Rivista Marittima », aprile-maggio, 1933).

Id. — *Spese militari della Polonia, della Piccola Intesa e del Belgio.* Roma, 1933. (Estr. « Rivista Militare Italiana », settembre, 1933).

Id. — *Contributo ad un confronto fra le spese militari della Francia, dell'Italia e della Germania.* Torino, 1933. (Estr. « La Riforma Sociale », settembre-ottobre, 1933).

Bartoli M. — *Questioni linguistiche e diritti nazionali.* Discorso alla R. Università degli Studi di Torino per l'inaugurazione dell'anno accademico. Torino, 1934.

Battara P. — *Le osservazioni antropometriche eseguite dal Prof. Aldobrandino Mochi in Eritrea.* (Missione scientifica eritrea : 1905). Firenze, 1934.

Id. — *Confronti seriali fra i gruppi umani dell'Africa nord-orientale e gli arabi dello Yemen.* Firenze, 1935. (Atti del II Congresso di Studi Coloniali).

Id. — *La popolazione di Firenze alla metà del '500.* Firenze, 1935.

Id. — *Le curve della natalità nei paesi agricoli ed industriali.* (Estr. « Economia », n. 5, 1935).

Battara P. — *Le indagini congetturali sulla popolazione di Firenze fino al '300* (Estr. « Archivio Storico Italiano », Vol. I, Disp. 2), Firenze, 1935.

Bertani L. — *Il pensiero economico di Benito Mussolini.* Roma, 1934.

Bodoni G. — *Alcune osservazioni intorno alla assicurazione complementare per l'esonero del pagamento dei premi vita in caso d'invalidità totale.* (Atti del X Congresso Internazionale degli Attuari), 1934.

Bodoni G. e Crosato P. — *Sulla possibilità di sostituire, nel calcolo del totale dei premi e delle riserve, ad una tavola selezionata una tavola compatta.* (Atti dell'Istituto Nazionale delle Assicurazioni, Vol. VII), Città di Castello, 1935.

Boldrini M. — *Statistica in compendio ad uso delle Scuole.* Como, 1935.

Bonferroni C. — *Sulla validità della media nel calcolo integrale.* (Estr. « Bollettino dell'Unione Matematica Italiana », Ann. XIII, n. 4). Bologna, 1934.

Bortkiewicz L. — *Bibliografia.*

Bortolotto G. — *Diritto corporativo.* Milano 1934.

Brun M. — *Corso di economia sociale.* Lione, 1932.

Buzano P. — *Sistemi di due equazioni di Laplace per una funzione di tre variabili e loro varietà rappresentative.* Milano, 1935.

Capodaglio G. — *Il credito di accettazione.* (Estr. « Annali di Economia dell'Università Bocconi », Vol. IX), Padova, 1934.

Id. — *Rischio e profitto in economia corporativa.* Roma, s. d.

Id. — *Contributo ad una teoria economica del patrimonio.* Roma, 1935.

Capra G. — *Il paese della gioia perenne : la Birmania.* (Estr. « Le Vie d'Italia e del Mondo »). Milano, 1934.

Id. — *Un'ardua impresa di civiltà : La ferrovia tra la Cina e il Tonchino.* (Estr. « Le Vie d'Italia e del Mondo »). Milano, 1935.

Casagrandi O., Celli A., Celli-Fraentzel A., Escalar G., Di Tucci F. e Sepulcri P. — *La Malaria.* (Trattato Italiano d'Igiene, Parte 6ª). Torino, 1934.

Cassa mutua paritetica provinciale di malattia — Udine. — *Atti dell'assemblea generale ordinaria del 22 aprile 1934-XII.* Udine, 1934.

Cassa nazionale malattie per gli addetti al commercio. — *L'assicurazione per i prestatori d'opera del commercio durante l'anno 1933. Relazioni, Bilancio, Statistiche.* Roma, s. d.

Cesaro A. — *Santuari Islamici nel secolo XVII in Tripolitania.* Tripoli, 1933.

Cianci E. — *Prezzi delle merci agricole e potere di acquisto degli agricoltori.* (Estr. « Rassegna Economica del Banco di Napoli », novembre, 1934).

Id. — *Il potere di acquisto della moneta in Italia.* (Estr. « Rassegna Economica del Banco di Napoli », Maggio, 1935).

Id. — *La lunga crisi del 1874-1896 e la crisi odierna.* Torino, 1935.

Cipriani L. — *Viaggio fra gli Hutzuli.* (Estr. « L'Universo », Anno XV, n. 6), 1934.

Id. — *Viaggio antropometrico nell'Europa centrale.* (Estr. « Biologia », Vol. XVI).

COLLORIDI F. — *Il tipo costituzionale nelle donne portatrici di fibromani interni.* (Estr. « Annali di Ostetricia e Ginecologia », Anno LVI, Fasc. VIII), Fidenza, 1934.

ID. — *La donna media lombarda come campione antropometrico per le indagini ostetrico-ginecologiche in Lombardia.* (Estr. « Annali di Ostetricia e Ginecologia », Anno LVI, fasc. VII), Fidenza, 1934.

ID. — *Le complicazioni morbose della gravidanza multipla.* (Estr. « Annali di Ostetricia e Ginecologia », Anno LVII, fasc. VI), Fidenza, 1935.

COMMISSIONE NAZIONALE ITALIANA PER LA COOPERAZIONE INTELLETTUALE. — *Lo Stato e la vita economica.* (Estr. « Annali di Economia », Vol. IX), Padova 1934.

ID. — *Lo Stato e la vita economica.* Relazioni presentate alla 2ª Conferenza internazionale di studi su lo Stato e la vita economica. Padova, 1934.

CONFEDERAZIONE NAZIONALE FASCISTA DEL COMMERCIO. — *Numeri indici dei prezzi normali all'ingrosso ed al minuto di alcuni consumi domestici in Italia in base alle qualità di più largo consumo* (*indici Veronese*) 1929-1933. Roma, 1934.

CONSIGLIO NAZIONALE DELLE RICERCHE. — *Attività del Comitato nazionale per la Geografia nel* 1933-*XI.* Pisa, 1933.

CONSIGLIO E UFFICIO PROVINCIALE DELL'ECONOMIA CORPORATIVA DI MILANO. — *Rassegna di Borsa per l'anno* 1933. Milano, 1935.

ID. — *Rassegna di Borsa per l'anno* 1934. Milano, 1935.

CONTINI G. — *Saggio di una edizione critica di Bonvesin da la Riva.* Milano, 1935.

COSTANZA M. — *Esistenza e strumentalità dei soprarédditi fondiari.* (Estr. « Rivista Internazionale di Scienze Sociali »), Luglio, 1934.

ID. — *Caratteri e funzioni della rendita fisiocratica.* Torino, 1934.

CREDITO FONDIARIO DELLA CASSA DI RISPARMIO DELLE PROVINCIE LOMBARDE IN MILANO. — *Bilancio consuntivo dell'anno* 1933. Milano, 1934.

CROSATO P. — *Sulla variazione delle rendite al variare del tasso d'interesse.* (Estr. « Giornale dell'Istituto Italiano degli Attuari »), Gennaio, 1934.

CURATO G. — *Saggi di demografia.* Portici, 1926.

D'ABUNDIO E. — *Sul rilievo statistico della morte improvvisa.* (Estr. « Athena »), Roma, 1934.

DA EMPOLI A. — *Di un sistema di tasse per l'istruzione proporzionale del reddito.* Roma, 1935.

ID. — *Di un sistema tributario più equo ed efficiente.* Roma, 1935.

DALLA VOLTA R. — *Scritti vari di economia e finanza.* Firenze, 1931.

DE BERARDINIS L. — *Le cause di natimortalità in Italia nel* 1931. (XXII Sessione dell'Istituto Internazionale di Statistica, Londra), La Haye, 1934.

DE CASTRO D. — *Alcune lezioni di statistica della criminalità.* Torino, 1934.

ID. — *La decrescente applicazione della condanna condizionale.* (Estr. « Scuola Positiva », A. XIV, Fasc. 7-8), Milano, 1934.

ID. — *Saggio di statistica,* Torino, 1934.

DE FRANCHIS M. — *A proposito della precedente nota del Prof. Bruno De Finetti e in risposta ad un libello del Sig. Insolera.* (Estr. « Rendiconti del Seminario Matematico di Palermo », Tomo LVIII), Palermo, 1934.

De Gennaro M. — *I debiti dello Stato nel Regno d'Italia* (1861-1932). Napoli, 1934.

Del Cappio I. — *La distribuzione dei gruppi sanguigni nella provincia di Catania.* (Estr. « Bollettino della Società Italiana di Biologia Sperimentale », Vol. IV, Fasc. 6), Milano, 1929.

Id. — *La distribuzione dei gruppi sanguigni nella provincia di La Spezia.* (Estr. « Bollettino della Società Italiana di Biologia Sperimentale », Vol. V, Fasc. 2), Milano, 1930.

Del Giudice R. — *Numero e distribuzione dei lavoratori del commercio.* (Estr. « Il Lavoro Fascista », A. XIII).

De Lisi L. — *Osservazioni e studi sulla trasmissione ereditaria dell'atrofia muscolare progressiva tipo Charcot-Marie.* (Estr. « Rivista di Patologia Nervosa e Mentale », luglio-agosto, 1926).

Del Vecchio G. — *Diritto ed economia.* (Estr. « Rivista Internazionale di Filosofia del Diritto », Fasc. VI, 1935).

De Mandato M. — *La primitività nell'abitare umano.* Torino, 1933.

Id. — *Osservazioni etnologiche sul complesso dei villaggi dell'est della regione pontina. Un'isola di primitività nel bacino del Mediterraneo.* (Estr. « Atti della Società Italiana per il Progresso delle Scienze », XXI riunione), Pavia, 1933.

De Maria G. — *Osservazioni sulla teoria statistica delle serie dinamiche.* (Estr. « Giornale degli Economisti e Rivista di Statistica », Dicembre 1935).

De Meo G. — *Alcune caratteristiche demografiche di Bari nel* 1753. (Estr. « Rivista Italiana di Statistica, Economia e Finanza », Anno VI, n. 2), Bologna, 1934.

De Polzer A. — *Problemi rurali alla luce delle cifre.* Padova, 1934.

De Vergottini G. — *Il « popolo » di Vicenza nella cronaca ezzeliniana di Gerardo Maurisio.* (Estr. « Studi in memoria di Umberto Ratti »), Milano, 1934.

Id. — *Lineamenti storici della costituzione politica dell'Istria durante il Medio Evo.* 2 voll., Roma, 1925-1934.

Di Fenizio F. — *Questioni monetarie.* Milano, 1934.

Donato B. — *La critica del Muratori alla giurisprudenza.* Modena, 1934.

Einaudi L. — *La condotta economica e gli effetti sociali della guerra italiana.* Bari, 1933.

Id. — *La inclusione del debito pubblico nelle valutazioni della ricchezza delle nazioni.* (XXII Sessione dell' Istituto Internazionale di Statistica, Londra), La Haye, 1934.

Eyraud H. — *Correlazione e causalità.* (Estr. « Giornale dell'Istituto Italiano degli Attuari », gennaio, 1935.)

Id. — *Valori osservati di una variabile casuale e loro perequazione.* (ibidem, luglio, 1935).

Falcone P. — *Una « Relazione di Malta » sulla fine del cinquecento.* (Estr. « Archivio storico di Malta », Anno IV, Vol. IV, Fasc. I). Modena, s.d.

Fanfani A. — *Le origini dello spirito capitalistico in Italia.* Milano, 1933.

Id. — *Cattolicesimo e protestantesimo nella formazione storica del capitalismo.* Milano, 1934.

FANFANI A. — *La distribuzione nell'economia corporativa.* (Estr. « Rivista Internazionale di Scienze Sociali », novembre, 1935).

FASOLIS G. — *Scienza delle finanze e diritto finanziario.* Padova, 1933.

FEDERAZIONE NAZIONALE FASCISTA DELLE IMPRESE ASSICURATRICI. — *Annuario italiano delle imprese assicuratrici :* 1933-*XI.* Milano, 1933.

FEDERAZIONE NAZIONALE FASCISTA DELL'INDUSTRIA DEI PRODOTTI PER L'AGRICOLTURA. — *Annuario statistico dei prodotti chimici per l'Agricoltura.* Anno 1932, Vol. III. Roma, 1933.

FEDERAZIONE NAZIONALE FASCISTA DELLA PROPIETÀ EDILIZIA. — *Il mercato edilizio : Dati statistici 2° quadrimestre* 1933-*XI.* Roma, 1933.

ID. — *Il mercato edilizio : Dati statistici 1° quadrimestre* 1934-*XII.* Roma, 1934.

FEDERAZIONE NAZIONALE FASCISTA DEI PROPRIETARI DI FABBRICATI. — *Il mercato edilizio : Dati statistici 2° quadrimestre* 1934. Roma, 1934.

ID. — *Il mercato edilizio : Dati statistici 3° quadrimestre* 1934. Roma, 1935.

ID. — *Il mercato edilizio : Dati riassuntivi sull'andamento del mercato edilizio nel* 1934. Roma, 1935.

FEROCI V. — *Giustizia e grazia.* Milano, 1935.

FERRARI G. — *Il primo catasto forestale italiano.* (Estr. « Rivista Internazionale di Scienze Sociali », Anno LXII, Fasc. 1°), Milano, 1934.

FORNASARI DI VERCE E. — *Esami di Stato* 1929-32. (Estr. « L'Università Italiana », Anno XXIX, n. 10), 1933.

FORTUNATI P. — *Il problema ferrarese.* (Estr. « Rivista di Ferrara », Anno III, n. 3), Ferrara, 1934.

FRASSETTO F. — *Ricerche e dubbi di una scienza giovane.* (Estr. « Il Comune di Bologna », n. 11-1932), Bologna.

ID. — *Rapporti fra la statura, peso e perimetro toracico nei soldati italiani.* (Estr. « Endocrinologia e Patologia Costituzionale », Vol. VIII, Fasc. 1), Bologna, 1933.

ID. — *Formule di normalità fra statura, peso e perimetro toracico nei soldati italiani delle classi recenti con speciale riguardo all'arma di cavalleria.* (Estr. « Giornale di Medicina Militare », Fasc. IX-1933), Roma.

ID. — *Dantis ossa : La forma corporea di Dante.* Bologna, 1933.

ID. — *Formule di normalità e tabelle in antropometria militare.* (Estr. « Giornale di Medicina Militare », Fasc. 12-1933), Roma.

FRISELLA-VELLA G. — *Gli orizzonti scientifici della cosiddetta « Questione meridionale ».* Catania, 1934.

GALVANI L. — *Diminuzione della mortalità in alcuni Stati.* (Estr. « Atti del Congresso Internazionale per gli studi sulla popolazione »), Roma, 1932.

ID. — *I centri del territorio e della popolazione italiana* (1931) *e quelli della popolazione industriale e commerciale* (1927). (Estr. « Compendio Statistico »), Roma, 1933.

ID. — *Le tavole di mortalità della popolazione italiana distinta per sesso e per stato civile, costruite dall'Istituto Centrale di Statistica.* Roma, 1935.

GARINO-CANINA A. — *Indirizzi di pensiero politico-economico nel Risorgimento italiano.* (Estr. « Giornale degli Economisti »), Città di Castello, 1933.

GEMELLI A. — *La « sterilizzazione coattiva e preventiva » nell'insegnamento degli studiosi italiani.* (Estr. « L'Economia Italiana », Anno XVIII, n. 11-12), Roma, 1933.

ID. — *Compiti e speranze dell'Università Cattolica del S. Cuore nell'ora presente.* Milano, 1935.

GENNA G. — *Nuove vedute per la standardizzazione della fotografia come documento antropometrico.* (Estr. « S.A.S., Bulletin du Comité international pour la standardisation anthropologique synthétique », Vol. I, n. 3), Bologna, 1933.

ID. — *Congresso internazionale di Scienze Antropologiche et Etnologiche.* (Estr. « La Ricerca Scientifica », Vol. I, n. 1), Roma, 1935.

ID. — *Nuove prospettive della fotografia antropometrica.* (Estr. « Rivista di Antropologia », Vol. XXX), Roma, 1935.

GHIGI A. — *Costituzione e fertilità.* (Estr. « Atti del Congresso Internazionale per gli studi sulla popolazione »), Roma, 1932.

GIANNINI A. — *La politica estera bolscevica.* (Estr. « Civiltà Fascista », Anno I), Firenze, 1934.

GINI C. — *Di alcune circostanze che nei tempi moderni tendono a far apparire l'incremento del reddito nazionale maggiore del vero.* (XXII sessione dell'Istituto Internazionale di Statistica, Londra), La Haye, 1934.

ID. — *Su lacuna della fecondità matrimoniale della donna secondo l'età* (ibidem).

GIOVANNUCCI F. S. — *La Germania di Hitler e l'Italia.* Roma, 1933.

ID. — *Il problema austriaco e l'Italia.* Roma, 1934.

GIUSTI U. — *Di alcuni aspetti dello sviluppo demografico italiano con qualche confronto internazionale e con particolare riguardo alle caratteristiche sociali della popolazione.* (XXII Sessione dell'Istituto Internazionale di Statistica, Londra), La Haye, 1934.

ID. — *Lo spopolamento montano nelle Alpi Trentine : Note introduttive e riassuntive.* Roma, 1935.

GOLZIO S. e BATTARA P. — *Indagini sulla fecondità dei matrimoni contratti con rito civile.* (Estr. « Economia », Vol. XII, N. 6), Roma, 1934.

GONELLA G. — *Le esercitazioni di filosofia del diritto nella R. Università di Roma nell'anno* 1932-33. (Estr. « Rivista Internazionale di Filosofia del Diritto », Anno XIV, Fasc. 2-4), Roma, 1934.

GORGOLINI P. — *Italica : Prose e poesie della Terza Italia.* Torino, 1928.

GOVI M. — *Etica rinnovata su basi scientifiche.* Parte I^a: *Etica generale.* Firenze, 1935.

ID. — *Preludi filosofici e politici.* Milano, 1935.

GUMBEL E. J. — *Le più alte età in Svezia.* (Estr. « Giornale dell'Istituto Italiano degli Attuari », n. 4-1935).

INSOLERA F. — *Parallelo finanziario fra assicurazione privata e assicurazione sociale.* (Estr. « Giornale degli Economisti e Rivista di Statistica », marzo, 1934).

ISTITUTO CENTRALE DI STATISTICA DEL REGNO D'ITALIA. — *Statistica degli ospedali e degli altri Istituti pubblici e privati di assistenza sanitaria ospitaliera nell'anno* 1932-*XI.* Roma, 1934.

ID. — *Statistica delle migrazioni da e per l'estero : Anni* 1928, 1929 e 1930 *con confronti dal* 1921 *al* 1927. Roma, 1934.

Istituto Economico Giuridico della R. Università di Cagliari. — *Studi economico-giuridici pubblicati a cura della Facoltà di Giurisprudenza.* Cagliari, 1934.

Id. — *Idem.* Cagliari, 1935.

Istituto Internazionale di Agricoltura. — *Relazione sulla organizzazione del lavoro statistico-economico relativo alla legislazione effettuata dall'Istituto Internazionale di Agricoltura.* Roma, 1934.

Istituto Nazionale delle Assicurazioni. — *Atti : Vol. VI,* Roma, 1934.

Id. — *Relazioni del Consiglio di Amministrazione e del Collegio dei Sindaci sul Bilancio* 1933. Roma, 1934.

Id. — *Atti : Vol. VII.* Roma, 1935.

Istituto nazionale di Economia Agraria. — *Annali dell'Osservatorio di Economia Agraria per l'Emilia.* Vol. III, Faenza, 1933.

Istituto Nazionale Fascista per gli scambi con l'Estero. — *Relazione sull'attività dell'I.S.E. presentata al Consiglio generale nell'adunanza del 1° giugno* 1935. Roma, 1935.

Istituto Nazionale Svizzero di Assicurazioni contro gli Infortuni. — *Relazione annuale e conti del* 1933.

Id. — *Idem* 1934.

Istituto di scienze economiche e commerciali di Genova. — *Annali di statistica e di economia.* Anno I, Vol. I, Genova, 1933.

Istituto di Statistica della R. Università di Padova. — *Primi lineamenti di statistica corporativa.* Padova, 1934.

Istituto Superiore di scienze sociali e politiche « Cesare Alfieri ». — *Atti del I Congresso di Studi Coloniali.* 7° vol. Firenze, 1931.

Jacobitti L. — *Aumenti salariali come rimedio alla crisi.* Napoli, 1934.

Jordan C. — *Problema delle prove ripetute a più variabili indipendenti.* (Estr. « Giornale dell'Istituto Italiano degli Attuari », Anno IV, n. 3), Roma, 1933.

Id. — *Inversione della formula di Bernoulli relativa al problema delle prove ripetute a più variabili.* (ibidem, Anno IV, n. 4) Roma, 1933.

Id. — *Teoria della perequazione e dell'approssimazione.* (ibidem, Anno V, n. 1) Roma, 1934.

Jucci C. — *Studi di genetica sui bachi da seta : I - Il colore del bozzolo.* Roma, 1934.

Kawan L. — *Gli esodi e le carestie in Europa attraverso il tempo.* Roma, 1932.

Koeppler H. — *Equazioni alle derivate parziali della teoria delle probabilità che intervengono anche nella teoria del calore.* (Estr. « Giornale dell'Istituto Italiano degli Attuari », Anno IV, n. 2), Roma, 1933.

Lapalorcia F. — *Io voglio ! Manuale teorico pratico per lo sviluppo della volontà.* Torino, 1934.

Lasorsa G. — *La statistica dei salari industriali in Italia.* Padova, 1931.

Id. — *Variazioni stagionali dei fenomeni economici.* (Estr. « Economia », Vol. XIV, n. 1), Roma, 1934.

Id. — *Statistica demografica.* Padova, 1934.

Id. — *Fertilità e fecondità della donna secondo l'età.* (Estr. « Journal de la Société Hongroise de Statistique », n. 1-2, 1935).

L'Eltore G. P. — *La tubercolosi non si eredita, si contrae.* Siracusa, 1934.

L'Eltore G. P. — *La mortalità tubercolare a Roma nel* 1932. (Estr. « Lotta contro la Tubercolosi »), Roma, 1934.

Lenti L. — *Analisi di statistica economica.* Milano, 1934.

Livi L. — *La previsione delle crisi e la disciplina dell'attività produttiva.* Firenze, 1934.

Id. — *La disciplina della produzione ed i nuovi compiti della statistica nell'ordinamento corporativo.* (Estr. « Economia », Vol. XV, n. 1), Roma. 1934.

Lodolini A. — *Un quinquennio di vita demografica nella parrocchia di Santa Susanna :* 1592-1609. (Estr. « Atti del III Congresso Nazionale Studi Romani », Vol. II).

Loria A. — *Una scienza nuova : l'eugenica.* (Estr. « La Parola »), Torino, 1926.

Lupetti R. — *Contributo alla teoria economica del costo di produzione.* Firenze, 1933.

Luzzatto-Fegiz P. — *Variazioni della struttura delle popolazioni.* (Estr. « Atti del 2° Congresso Nazionale di Scienza delle Assicurazioni », Vol. III), Roma, 1933.

Id. — *Sulla struttura professionale della popolazione.* (Estr. « Annali di Economia », vol. X). Padova, 1935.

Majo E. — *Il metodo statistico in meteorologia. Applicazione al calcolo della temperatura dell'aria nel mese di febbraio in Napoli.* (Estr. « La Meteorologia Pratica », Anno XIV, n. 2). Perugia 1933.

Maridakis. — *Divorzio degli stranieri in Grecia.* 1933.

Mariotti O. — *La permanenza media del turista.* (Estr. « Echi e Commenti », n. 23-1934).

Martinotti P. — *Progressioni composte applicate al calcolo di rendite e di ammortamenti.* (Estr. « Rivista Internazionale di Scienze Sociali e Discipline Ausiliarie », Anno XL, Fasc. V), Milano, 1932.

Id. — *Sul calcolo delle probabilità di sopravvivenza dei gruppi.* (Estr. « Giornale di Matematica Finanziaria », A. XVI, Serie II, Vol. IV, n. 1). Torino, 1934.

Id. — *Contributi alla teoria dei fenomeni demografici.* (Estr. « Rivista Internazionale di Scienze Sociali », Anno LXII, fasc. II). Milano, 1934.

Id. — *Problemi di probabilità riguardanti le lotterie.* (Estr. « Rivista Internazionale di Scienze Sociali », Anno XLII, Fasc. IV). Milano, 1934.

Id. — *Sull'ammontare progressivo dei prestiti.* (ibidem).

Id. — *Interpolazione e serie trigonometriche.* Milano, 1934.

Id. — *Metodo per il calcolo dei saggi di eliminazione.* Milano, 1934.

Masci G. — *Alcuni aspetti odierni dell'organizzazione e delle trasformazioni industriali.* (Estr. « Organizzazione industriale della Nuova Collana di Economisti », Vol. VII). Torino 1934.

Mazzei J. — *Politica doganale differenziale e clausola della nazione più favorita.* Firenze, 1930.

Id. — *Parità e preferenza doganale nel dopo-guerra.* Firenze, 1933.

Id. — *I progetti di preferenza doganale ai cereali degli Stati dell'Europa centro-orientale.* (Estr. « Atti della R. Accademia dei Georgofili » Serie V, Vol. XXX), Firenze, 1933.

Mazzei J. — *La conferenza di Stresa e il memorandum italiano.* (Estr. « Rivista, Internazionale di Scienze Sociali e Discipline Ausiliarie », Anno XLI Fasc. VI), Milano, 1933.

Id. — *L'oro nel pensiero dei mercantilisti.* (Estr. « Economia », Vol. XI n. 2), Roma, 1933.

Mazzitelli M. — *Il miele nell'alimentazione.* Napoli, 1935.

Mazzocchi-Alemanni N. — *Le case rurali.* (Estr. « Atti della R. Accademia dei Georgofili », Serie V, Vol. XXXI), Firenze, 1934.

Id. — *Ruralità e politica fino al Risorgimento.* (Estr. « La Stirpe », Anno XXI, n. 4), Roma, 1934.

Id. — *Commento ai primi risultati del nuovo catasto agrario.* (Estr. « Bollettino Mensile di Statistica Agraria e Forestale », gennaio 1934).

Mazzola V. — *Ricerche sui gruppi sanguigni degli arabi.* (Estr. « Giornale di Medicina Militare », fasc. 12-1929).

Mengarelli C. — *Un'opera recente di statistica corporativa.* (Estr. « Rivista Internazionale di Scienze Sociali », Anno XLII, Fasc. IV), Milano, 1934.

Id. — *La popolazione di Pesaro dal* 1628 *al* 1839. (ibidem. Fasc. V), Milano, 1934.

Id. — *La costituzione nelle aristocrazie italiane.* Milano, 1935.

Michels R. — *Il problema dei rapporti tra economia e religione nella luce sociologico-giuridica.* (Estr. « Rivista Internazionale di Filosofia del Diritto », A. XV, Fasc. II), Roma, 1935.

Milone F. — *L'Australia e l'emigrazione italiana.* (Estr. « Giornale degli Economisti », ottobre 1934).

Ministero dell'Agricoltura e delle Foreste. — *Bollettino dei Monti di Pietà di 2ª categoria : Situazione al* 31-12-1933. Roma, 1934.

Ministero dell'Aeronautica. — *Statistica delle linee aeree civili italiane* (1932-*XI*), Roma, 1933.

Ministero delle Comunicazioni. — *Dati statistici per gli anni* 1931, 1932 1933. *I : Ferrovie concesse all'industria privata.* Roma, 1935.

Ministero delle Corporazioni. — *Annuario per le industrie chimiche e farmaceutiche :* 1932-33. Roma, 1934.

Id. — *X° Congresso internazionale degli Attuari : Gli Istituti e le Imprese di assicurazione in Italia.* Roma, 1934.

Ministero dell'Educazione Nazionale. — *Mostra delle biblioteche italiane.* Roma, 1934.

Ministero delle Finanze. — *Movimento commerciale del Regno d'Italia nell'anno* 1931. Roma, 1931.

Id. — *Movimento della navigazione del Regno d'Italia nell'anno* 1930. (2° vol.). Roma, 1933.

Id. — *Idem per l'anno* 1931 (2° vol.) Roma, 1934.

Id. — *Movimento commerciale del Regno d'Italia nell'anno* 1931, *Parte I.* Roma, 1934.

Id. — *Idem.* Parte II, Vol. 1° e 2°. Roma, 1934.

Id. — *Statistica delle imposte di fabbricazione dal* 1° *luglio* 1932 *al* 30 *giugno* 1933. Roma, 1934.

Id. — *Movimento della navigazione del Regno d'Italia nell'anno* 1932. (2° vol.), Roma, 1935.

MINISTERO DELLE FINANZE. — *Movimento commerciale del Regno d'Italia nell'anno* 1932. Vol. II, parte 2ª. Roma, 1935.

ID. — *Relazione dello stato e dell'andamento dei lavori catastali dal* 1-7-1933 *al* 30-6-1934 *e sui lavori svolti dagli uffici tecnici di finanza durante l'esercizio* 1933-34. Roma, 1935.

ID. — *Statistica delle imposte di fabbricazione dal* 1-7-1933 *al* 30-6-1934. Roma, 1935.

ID. — *Provvedimenti in materia di tasse sugli affari. Istruzioni ministeriali.* Roma, 1935.

MINISTERO DI GRAZIA E GIUSTIZIA. — *Statistica della criminalità per l'anno* 1928. Roma, 1935.

MINISTERO DELLA GUERRA. — *Della leva di terra sui giovani nati nell'anno* 1902. Roma, 1933.

ID. — *Della leva di terra sui giovani nati nell'anno* 1903. Roma, 1934.

ID. — *Relazione medico-statistica delle condizioni sanitarie del R. Esercito nell'anno* 1930. Roma, 1934.

ID. — *Idem per l'anno* 1931, Roma, 1935.

ID. — *Della leva di terra sui giovani nati nell'anno* 1904. Roma, 1935.

MINISTERO DEI LAVORI PUBBLICI. — *Le opere pubbliche al* 31 *dicembre* 1932. Roma, 1934.

ID. — *Idem al* 31 *dicembre* 1933. Roma, 1934.

MINISTERO DELLA MARINA. — *Statistica sanitaria dell'armata per gli anni* 1915, 1916, 1917, 1918, 1919. Roma, 1934.

ID. — *Idem per gli anni* 1931 *e* 1932. Roma, 1934.

MOLINARI-PIETRA M. — *Crepuscolo.* Udine, 1935.

MOMARONI P. — *Contabilità statistica selecto-fotografica (procedimenti Momaroni)*, Perugia, 1934.

MONTEIRO A. — *Ricostruzione dell'Impero.* Lisbona, 1934.

MORAMARCO G. — *Correlazione tra il comportamento del piano arbitrale di Simon e l'angolo facciale, l'indice cranico e l'indice facciale superiore.* (Estr. « Annali di Clinica Odontoiatrica »).

MORTARA G. — *Sulle disuguaglianze statistiche.* (XXII Sessione dell'Istituto Internazionale di Statistica, Londra), La Haye, 1934.

ID. — *Prospettive Economiche.* Milano, 1934.

MOULIK M. M. — *I problemi della Federazione Indiana.* (Estr. « Bollettino dell'Istituto Italiano per il Medio ed Estremo Oriente », aprile 1935).

ORESTANO F. — *Riassunto generale e conclusioni del « Convegno Volta ».* Roma, 1932.

ID. — *Revisione filosofica.* (Atti dell'VIII Congresso Nazionale di Filosofia della Società Filosofica Italiana, 1933), Roma, 1934.

ID. — *Giandomenico Romagnosi.* Roma, 1935.

PAGANI L. — *Commento alla legislazione italiana sul credito agricolo.* Venezia, 1935.

PANUNZIO S. — *Il concetto dello Stato-Partito.* (Estr. « Atti dell'Istituto Nazionale delle Assicurazioni », Vol. VI), Roma, 1933.

ID. — *Popolo, Nazione, Stato.* Firenze, 1933.

ID. — *Il Bilancio.* (Estr. « Lo Stato », maggio 1934). Roma.

ID. — *La corporazione.* (Estr. « La Giustizia del Lavoro », Fasc. 1°-1934), Bari.

PANUNZIO S. — *La Facoltà Fascista nei primi 6 anni di vita.* Perugia, 1934.

ID. — *Il concetto economico-giuridico di « esecuzione produttiva »* (*A proposito delle corporazioni*). Roma, 1935.

PAPI G. U. — *Un principio teorico dell'economia corporativa.* (Estr. « Giornale degli Economisti e Rivista di Statistica », maggio 1934).

ID. — *La nozione di costo nell'attività assicurativa.* (ibidem, ottobre 1934).

ID. — *I principi direttivi della economia corporativa.* Milano, 1934.

PIETRA G. — *Intorno alla discordanza fra gli indici di variabilità e di concentrazione.* (XXII Sessione dell'Istituto Internazionale di Statistica, Londra), La Haye, 1934.

PIETRA G., FORTUNATI P. e DE POLZER A. — *Primi lineamenti di statistica corporativa : Il problema demografico-agrario del Veneto e del Ferrarese.* Padova, 1935.

PINGHINI C. — *La morbilità ed i movimenti a ritmo determinato.* (Estr. « Giornale dell'Istituto Italiano degli Attuari », aprile 1935).

ID. — *La Cassa Nazionale Malattie per gli Addetti al Commercio e le indagini statistiche sulla morbilità.* (Estr. « Barometro Economico », luglio, 1935).

PINTUS G. — *Sulla trasmissione del tremore essenziale.* (Estr. « Rivista di Patologia nervosa e mentale », genn.-febb. 1932).

PORRO C. — *Dal Pizzo dei Tre Signori al Monte Pontedarmia* (*Alpi bergamasche, valtellinesi*), Milano, 1933.

PRESIDENZA DEL CONSIGLIO DEI MINISTRI. — *Le migrazioni interne in Italia nell'anno* 1932. Roma, 1933.

ID. — *Idem nell'anno* 1933. Roma, 1935.

QUINTAVALLE A. — *Famiglia, economia, letteratura nella Russia Sovietica.* Roma, s. d.

REPACI F. A. — *Finanza e riforma dei Consigli Provinciali dell'Economia Corporativa.* (Estr. « La Riforma Sociale », n. 6-1933).

ID. — *I pensionati dello Stato.* (ibidem, n. 1-1934).

ID. — *La finanza italiana nel ventennio* 1913-1932. Torino, 1934.

RICCI F. — *I nostri traffici marittimi e ferroviari con particolare riguardo alla valuta.* Roma, 1935.

REIDEL L. — *L'impianto tecnico dell'assicurazione addizionale d'invalidità totale abbinata all'assicurazione vita.* (Estr. « Atti del 2° Congresso Nazionale di Scienza delle Assicurazioni », Vol. III), Roma, 1933.

ID. — *L'assicurazione addizionale d'invalidità abbinata all'assicurazione vita in Italia.* (Estr. « Atti del X° Congresso Internazionale degli Attuari »), Roma, 1934.

ROCCO A. — *Discorso pronunciato per l'inaugurazione dell'anno accademico* 1933-34. Roma, 1933.

ROMERO G. — *Delle obbligazioni con oggetto illecito, secondo il diritto romano e confronto col diritto patrio.* Catania, 1933.

ID. — *L'amministratore dei beni ereditari nominato dall'autorità giudiziaria è egli a reputarsi terzo ai fini dell'art.* 561 *P. C. ?* (Estr. « Rassegna Giudiziaria » genn.-febb., 1935). Catania.

ROSSI L. — *Sull'imposta progressiva.* Firenze, 1933.

Rossi L. — *Economia e finanza* (Estr. « Rivista Italiana di Statistica, Economia e Finanza », Anno VI, n. 1), Bologna, 1934.

Id. — *L'unità giuridica del Sindacato in rapporto ai principi generali delle persone collettive.* (Estr. « Rivista di Diritto Pubblico », agosto 1934).

Id. — *Gli effetti economici immediati delle imposte.* (Estr. « Rivista Italiana di Scienze Economiche », maggio-giugno, 1935).

Id. — *La ripartizione dell'imposta e la legge di distribuzione dei redditi.* (Estr. « Giornale degli Economisti », luglio, 1935).

Sandulescu-Godoni C. — *Il movimento pedagogico all'Università di Bucarest.* (Estr. « Pedagogia », Anno XXVII, Fasc. IV), Milano, 1933.

Satta-Dessolis A. — *Dati e considerazioni sul problema demografico in Sardegna.* Siena, 1933.

Id. — *La Sardegna e Attilio Deffenu.* (Estr. « Mediterranea », A. VIII, n. 2), Siena, 1934.

Scarin E. — *Cenni sulle risorse economiche del Fezzan.* Firenze, 1933.

Seghetti G. — *Fisiologia sociale del fascismo e del corporativismo.* Potenza, 1935.

Senato del Regno. — *Gli stipendi degli impiegati.* (Discorso del Sen. Ricci) Roma, 1934.

Id. — *Osservazioni sui bilanci preventivi per l'esercizio* 1934-35 *delle Comunicazioni e delle Finanze.* (Discorso del Sen. Ricci), Roma, 1934.

Serpieri A. — *La guerra e le classi rurali italiane.* Bari, 1930.

Id. — *Introduzione alla discussione sulla disciplina corporativa della produzione con particolare riguardo all'agricoltura.* (Estr. « Atti della R. Accademia dei Georgofili », Serie V^a^ Vol. XXXI), Firenze, 1934.

Silvestri G. — *Prezza in onore del Prof. F. S. Giovannucci.* Prezza, 1934.

Sindacato della Borsa Merci di Milano. — *Il mercato dei cereali di Milano.* Milano, 1934.

Sitta P. — *La popolazione della Provincia di Ferrara secondo il VII censimento generale del 21 aprile* 1931. Ferrara, 1933.

Id. — *Il nuovo catasto agrario e forestale in Italia.* (XXII Sessione dell'Istituto Internazionale di Statistica, Londra), La Haye, 1934.

Società Italiana per il progresso delle scienze. — *Programma definitivo della XXI Riunione.* Tivoli, s. d.

Id. — *Correzioni ed aggiunte al programma definitivo della XXI Riunione.* Roma, s. d.

Id. — *XXI Riunione.* Tivoli, s. d.

Id. — *Sunti delle comunicazioni scientifiche : XXI Riunione.* Tivoli, s. d.

Id. — *Atti della XXII Riunione.* Roma, 1934.

Id. — *Escursioni : Brevi note illustrative.* Tivoli, s. d.

Id. — *Annuario* 1934. Tivoli, 1934.

Spaventa R. — *Le misure restrittive al movimento della moneta e dei capitali prima e dopo la guerra.* (Estr. « Annali di Economia », Vol. IX, n. 2), Padova, 1934.

Id. — *Politica ed economia programmatiche.* (Estr. « Rivista Italiana di Statistica Economia e Finanza », n. 3-1934). Bologna.

Spitzer L. e Riedel L. — *Comunicazioni su l'influenza degli infortuni di qualunque specie sulla mortalità degli assicurati vita.* (X Congresso Internazionale degli Attuari), Trieste, 1934.

TADDIA L. — *Ricerche sui gruppi sanguigni negli indigeni della Marmarica orientale.* (Estr. « Archivio Italiano di Scienze Mediche Coloniali », Fasc. VIII, 1930). Bologna.

TAGLIACARNE G. — *Sul calcolo della permanenza media dei turisti stranieri in Italia.* (Estr. « Giornale degli Economisti e Rivista di Statistica », settembre, 1935), Città di Castello.

TEDESCHI C. — *Ricerche sui gruppi sanguigni fra le popolazioni indigene della Barca e della Marmarica.* s. d.

ID. — *Osservazioni sul soma delle popolazioni indigene della Barca orientale secondo i concetti costituzionalistici.* Cairo, 1932.

TENDERINI D. — *Sulla legge di distribuzione della superficie delle aziende agrarie.* (Estr. « Rivista Italiana di Statistica, Economia e Finanza », Anno VI, n. 1), Bologna 1934.

ID. — *Il significato teorico e pratico degli indici dei prezzi.* (ibidem, Fasc. aprile-agosto, 1934). Bologna.

TIZZANO A. — *Sulla profilassi della difterite.* (Estr. « Studium », Anno XXV, n. 8-9), 1935.

UNIONE NAZIONALE FASCISTA INDUSTRIE ELETTRICHE. — *La produzione dell'energia in Italia nell'annata* 1933. Milano, 1934.

ID. — *I consumi dell'energia elettrica in Italia durante l'anno* 1932. Milano, 1934.

ID. — *Idem per l'anno* 1933. Milano, 1935.

UNIVERSITÀ CATTOLICA DEL S. CUORE, MILANO. — *Contributi del Laboratorio di Statistica,* Serie 3ª. Milano, 1934.

ID. — *Contributi del Laboratorio di Psicologia.* Serie VIª. Milano, 1935.

ID. — *Problemi fondamentali dello stato corporativo.* Milano, 1935.

ID. — *Economia corporativa.* Contributo dell'Istituto di Scienze Giuridiche. Milano, 1935.

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI « BENITO MUSSOLINI » DI BARI. — *Annali dell'Istituto di Statistica.* (Vol. IV, V, VI e VII), Bari, 1934, 1935.

UNIVERSITÀ DI CAMERINO. — *Annali.* Vol. VI. Padova, 1932.

ID. — *Annali.* Vol. VII. Padova, 1934.

ID. — *Annali della Facoltà di Giurisprudenza.* Napoli, s. d.

VALLENILLA-LANZ L. — *Cesarismo demografico.* Roma, 1934.

VERONESE G. — *Su alcune applicazioni della formula interpolatoria di Lagrange.* Roma, 1931.

VITO F. — *I nuovi indirizzi della politica economica negli S. U. A.* (Estr. « Rivista Internazionale di Scienze Sociali », Anno XLII, Fasc. III), Milano, 1934.

ID. — *La concezione biologica dell'economia. Considerazioni sul sistema del Marshall.* Milano, 1934.

ID. — *L'economia corporativa nazionale nell'ambito del mercato mondiale.* (Estr. « Problemi fondamentali dello stato corporativo »). Milano, 1935.

WALLACE H. A. — *Nuovi orizzonti.* Torino, 1935.

WIŚNIEWSKI J. — *La curva logaritmica e le sue applicazioni.* s. d.

ID. — *Distribuzione dei redditi secondo l'ammontare.* Varsavia, 1934.

WOLD H. — *Sulla correzione di Sheppard.* (Estr. « Giornale dell'Istituto Italiano degli Attuari », Anno V, n. 2-3), Roma, 1934.

Aebischer P. — *Les pluriels analogues en* ora *dans les chartes latines de l'Italie.* Torino, 1934. (Estr. « Bulletin du Cange », Tome VIII).

Alcalà-Zamora N. — *Le pouvoir juridique sur ce qui est au delà de la vie.* Paris, 1934.

Andréadès A. — *Le montant du budget d'Alexandre le Grand.* (XXII Session de l'Institut International de Statistique, Londres), La Haye, 1934.

Auerham J. — *Utilisation de l'anthropométrie militaire.* (ibidem), La Haye 1934.

Banco de la Nacion Argentina. — *Rapport et bilan général de l'exercice* 1932. Buenos Ayres, 1933.

Id. — *Rapport et bilan de l'exercice* 1933. Buenos Ayres, 1934.

Bank Voor Handel en Scheepvaart N. V. — *Rapport annuel sur le* 15ème *exercice :* 1933. Rotterdam, 1934.

Id. — *Rapport annuel sur le* 16ème *exercice :* 1934. Rotterdam, 1935.

Banque Nationale de Grèce. — *Compte-rendu des opérations de l'année* 1933. Athènes, 1934.

Id. — *Idem pour l'année* 1934. Athènes, 1935.

Basilesco N. — *Le devenir du peuple roumain. La question paysanne et la réforme agraire en Roumanie.* (Conférences à l'Université de Rome. 24-27 février 1934), Nice, 1934.

Blanchard R. — *La géographie de l'industrie.* Montréal, 1934.

Bohac A. — *Théorie de l'accroissement de la population et sa mesure.* (Estr. « Revue Statistique Tchécoslovaque »), Praha, s. d.

Bonvoisin G. — *L'institution française des allocations familiales.* Paris, s. d.

Bourgin G. — *Les archives nationales de France.* Roma, 1935.

Bousquet G. H. — *Cours d'économie pure.* Paris, 1928.

Brenier H. — *Le suicide progressif de l'Europe.* (Estr. « La plus grande famille », n. 85). Besançon, 1934.

Bunle H. — *Comparaison internationale des agglomérations urbaines.* (XXII Session de l'Institut International de Statistique, Londres). La Haye, 1934.

Bureau Central de Statistique de Finlande. — *Annuaire statistique.* Nouvelle série. Année 1934. Helsinki, 1934.

Id. — *Annuaire statistique* 1935. Helsinki, 1935.

Bureau Central de Statistique — La Haye — *Annuaire statistique des Pays Bas* 1933. La Haye, 1934.

Id. — *Idem. Année,* 1934. La Haye, 1935.

Id. — *Recensement industriel au* 31 *décembre* 1930. Tome I : *Statistique des établissements.* 1ère partie : *Industrie.* La Haye, 1935.

Bureau de Statistique de l'Etat Letton. — *Annuaire statistique de la Lettonie pour l'année* 1932. 13ème année. Riga, 1933.

Id. — *Résultats de la comptabilité agricole en* 1929-30, 1930-31 *et* 1931-32. Riga, 1933.

Id. — *Annuaire statistique de la Lettonie pour l'année* 1933. Riga, 1934.

Id. — *Commerce extérieur* 1933 *et tableaux d'ensemble.* Riga, 1934.

Id. — *Commerce extérieur et transit de la Lettonie,* 1933. Riga, 1934.

Id. — *Etat de l'agricolture en Lettonie en* 1933. Riga, 1934.

Bureau de Statistique de l'Etat Letton. — *Exploitations agricoles nouvelles (d'après les renseignements du recensement agricole de* 1929, *d'après celui de la production agricole de* 1929-1930 *et d'après les données de la comptabilité agricole*). Riga, 1934.
Id. — *Sociétés laitières. A la mémoire du 25e anniversaire.* Riga, 1934.
Id. — *Statistique des finances en* 1934. Riga, 1934.
Id. — *Statistique du travail en* 1932. VIIe année. Riga, 1934.
Id. — *Statistique du travail en* 1933. VIIIe année. Riga, 1934.
Id. — *Annuaire statistique de la Lettonie pour l'année* 1934. Riga, 1935.
Id. — *Commerce extérieur et transit de la Lettonie,* 1934. Riga, 1935.
Id. — *Etat de l'agricolture en Lettonie en* 1934. Riga, 1935.
Id. — *Statistique des finances en* 1935. Riga, 1935.
Id. — *Statistique de l'hygiène publique,* 1932 *et* 1933. VIe année. Riga, 1935.
Id. — *Statistique du travail,* 1934. Riga, 1935.
Bureau de Statistique de l'Islande. — *Statistique du commerce en* 1932. Gutenberg, 1932.
Id. — *Etat et mouvement de la population,* 1926-1930. Reykjavik, 1933.
Id. — *Statistique de l'agricolture en* 1930. Gutenberg, 1933.
Id. — *Statistique de l'agricolture en* 1931. Reykjavik, 1933.
Id. — *Statistique du commerce en* 1931. Gutenberg, 1933.
Id. — *Statistique de la pêche, de la chasse aux phoques et de l'oisellerie en* 1931. Gutenberg, 1933.
Id. — *Elections au Parlement* 1933 *et plebiscite sur l'abolition de la prohibition de l'alcool.* Reykjavik, 1934.
Id. — *Statistique de l'agricolture en* 1932. Reykjavik, 1934.
Id. — *Statistique du commerce en* 1932. Reykjavik, 1934.
Id. — *Statistique de la pêche, de la chasse aux phoques et de l'oisellerie en* 1932. Reykjavik. 1934.
Id. — *Elections au parlement.* 1934. Reykjavik, 1935.
Id. — *Statistique de l'agricolture en* 1933. Reykjavik, 1935.
Id. — *Statistique de l'agriculture en* 1934. Reykjavik, 1935.
Id. — *Statistique du commerce en* 1933. Reykjavik, 1935.
Id. — *Statistique de la pêche, de la chasse aux phoques et de l'oisellerie en* 1933. Reykjavik, 1935.
Bureau Federal de Statistique. — *Annuaire statistique de la Suisse,* 1934. Bâle, 1935.
Id. — *Charge fiscale en Suisse en* 1935. *Personnes physiques. Administration fédérale des contributions.* Bâle, 1935.
Id. — *Mouvement de la population en Suisse,* 1933. Berne, 1935.
Id. — *Recensement fédéral de la population,* 1/12/1930. 21e volume. *Suisse. Tableaux statistiques.* Berne, 1935.
Id. — *Statistique des études supérieures en Suisse.* Berne, 1935.
Id. — *Table de mortalité de la population suisse.* Berne, 1935.
Bureau International du Travail. — *Recherches sur l'aptitude dactylographique en vue de l'orientation professionnelle.* Genève, 1923.
Id. — *La protection de la santé des marins contre les maladies vénériennes.* Genève, 1926.

Bureau International du Travail. — *Le contrat d'engagement des marins.* Genève, 1926.
Id. — *Les mouvements migratoires de* 1920 *à* 1924 *et de* 1925 *à* 1927. Genève, 1926. (2 voll.).
Id. — *Les réfugiés et les conditions du travail en Bulgarie.* Genève, 1926.
Id. — *L'inspection médicale du travail.* Genève, 1926.
Id. — *Les prestations de l'assurance-maladie allemande du point de vue de l'hygiène sociale.* Genève, 1928.
Id. — *La réglementation des migrations.* (3 voll.) Genève, 1928-29.
Id. — *La durée du travail à bord. Recueil de législation et de contrats collectifs.* Genève, 1929.
Id. — *L'enseignement professionnel agricole.* Genève, 1929.
Id. — *Le problème du chômage. Quelques aspects internationaux,* 1920-28. Genève, 1929.
Id. — *Les essoreuses. La sécurité dans leur construction. Les dispositifs de protection.* Genève, 1929.
Id. — *Les méthodes de la statistique des accidents du travail dans les mines de charbon.* Genève, 1929.
Id. — *La politique du logement en Europe. La construction d'habitations à bon marché.* Genève, 1930.
Id. — *La protection des ouvriers travaillant aux presses à métaux.* Genève, 1930.
Id. — *Le droit du contrat de travail des ouvriers agricoles d'Allemagne, d'Autriche et d'Hongrie.* Genève, 1930.
Id. — *La sécurité dans la production et l'utilisation de l'acétylène.* Genève, 1931.
Id. — *Le chômage et les travaux publics.* Genève, 1931.
Id. — *Les statistiques des migrations. Méthodes. Classification.* Genève, 1932.
Id. — *Annuaire international du travail.* 6ème Partie : *Organisation coopérative.* Genève, 1933.
Id. — *Emploi des femmes aux travaux souterrains dans les mines de toutes catégories.* Genève, 1933.
Id. — *La lutte contre la crise aux Etats-Unis. Recueil de textes.* Genève, 1933.
Id. — *La sécurité dans la fabrication et l'utilisation du celluloïd.* Genève, 1933.
Id. — *L'assurance invalidité-vieillesse-décès obligatoire.* Genève, 1933.
Id. — *Le placement des travailleurs. Etude internationale.* Genève, 1933.
Id. — *Les conventions collectives dans l'agricolture.* Genève, 1933.
Id. — *Les services sociaux.* Genève, 1933.
Id. — *Le travail industriel au Japon.* Genève, 1933.
Id. — *L'exode rural en Allemagne.* Genève, 1933.
Id. — *Pensions non contributives.* Genève, 1933.
Id. — *Aspects sociaux du développement industriel au Japon.* Genève, 1934.
Id. — *Standards d'hygiène du travail.* Genève, 1934.
Id. — *Etudes sur les mouvements des populations rurales.* II: *L'exode rural en Tchécoslovaquie.* Genève, 1935.
Id. — *La durée du travail dans les P. T. T.* Genève, 1935.

Bureau International du Travail. — *La réglementation du travail des enfants et jeunes gens.* Genève, 1935.
Id. — *La sécurité dans la peinture au pistolet.* Genève, 1935.
Id. — *Les conditions de logement aux Etats-Unis.* Genève, 1935.
Id. — *Les problèmes de l'orientation professionnelle.* Genève, 1935.
Id. — *L'opium et les travailleurs.* Genève, 1935.
Id. — *Trois causes du chômage.* Genève, 1935.
Id. — *Une politique des travaux publiques.* Genève, 1935.
Burnet E. et Aykroyd W. R. — *L'alimentation et l'hygiène publique.* (Estr. « Bulletin Trimestriel de l'Organisation d'Hygiène », Vol. IV, n. 2). Genève, 1935.
Castrilli V. — *Coordination des statistiques universitaires nationales.* 1935.
Id. — *La coordination des statistiques.* 1935.
Id. — *La statistique et les musées.* 1935.
Id. — *Note de l'Institut Central de Statistique du Royaume d'Italie sur le projet de coordination des statistiques universitaires nationales.* 1935.
Id. — *Note de l'Office Central Royal Hongrois de Statistique sur le projet de coordination des statistiques universitaires nationales,* 1935.
Id. — *Note du Bureau Universitaire de Statistique de Paris sur le projet de coordinatioa des statistiques universitaires nationales,* 1935.
Comité Central des allocations familiales. — *XVI*ème *Congrès national des allocations familiales.* Lille, 1934.
Czortkower S. — *L'hérédité du prognatisme inférieur.* (Estr. « Polska Stomatologja », n. 8-9, 1934). Léopol.
Id. — *L'Espagne préhistorique au point de vue des races.* Poznań, 1934.
Da Silva F. E. — *L'action coloniale portugaise, les trois empires, le dernier demi-siècle.* Lisboa, 1934.
Id. — *Les finances portugaises d'après-guerre.* Paris, 1934.
Daure P. — *Statistique mathématique. Remarques sur la validité des conceptions statistiques appliquées aux phénomènes sociaux.* Bordeaux, s. d.
De Almada Negreiros A. L. — *Les organismes politiques indigènes.* Paris, s. d.
De Miguel A. — *Sur les statistiques d'émission de capitaux et d'intérêt de l'argent.* (XXII Session de l'Institut International de Statistique, Londres), La Haye 1934.
Demolins E. — *A quoi tient la supériorité des Anglo-Saxons.* Paris s. d.
De Montessus de Ballore R. — *Probabilités et statistiques.* Paris, 1931.
Id. — *La moyenne.* (Estr. « Revue Scientifique », n. 17) Paris, 1934.
De Olivera Salazar A. — *Exposé des motifs précédant le decret-loi qui a approuvé le budget pour l'année financière* 1933-34. Lisbonne, 1933.
Id. — *Exposé des motifs précédant le decret-loi qui a approuvé le budget pour l'année financière* 1934-35. *Lisbonne,* 1934.
Id. — *Comptes publiés de l'année financière* 1932-33. Lisbonne, 1934.
Descamps P. — *Le Portugal : La vie sociale actuelle.* Paris, 1935.
De Simone L. — *L'avenir du machinisme.* Lausanne, s. d.
Id. — *Machinisme et main d'oeuvre : Les transferts d'emploi aux Etats-Unis.* Genève, s. d.

DIEULEFAIT C. E. — *Sur la détermination des lignes de régression modales dans les surfaces de fréquence asymétriques.* Rosario, 1935.

DIRECTION GENERALE DE LA STATISTIQUE DU ROYAUME DE BULGARIE. — *Statistique des accidents du travail dans le Royaume de Bulgarie pendant l'année* 1930. Sofia, 1930.

ID. — *Statistique agricole : Ensemencements et récolte.* Sofia, 1931.

ID. — *Annuaire statistique du Royaume de Bulgarie :* 1933. Sofia, 1933.

ID. — *Statistique de l'enseignement dans le Royaume de Bulgarie : Année scolaire* 1930-31. Sofia, 1933.

ID. — *Statistique du commerce du Royaume de Bulgarie avec les pays étrangers en* 1932. Sofia, 1933.

ID. — *Annuaire statistique du Royaume de Bulgarie :* 1934. Sofia, 1934.

ID. — *Mouvement de la population dans le Royaume de Bulgarie en* 1931. Sofia, 1934.

ID. — *Statistique agricole pour l'année* 1933 : *Ensemencements et récolte.* Sofia, 1934.

ID. — *Statistique criminelle : Crimes et délits et individus jugés pendant l'année* 1930. Sofia, 1934.

ID. — *Statistique de l'industrie encouragée dans le Royaume de Bulgarie pendant l'année* 1930. Sofia, 1934.

ID. — *Statistique du commerce du Royaume de Bulgarie avec les pays étrangers en* 1933. Sofia, 1934.

ID. — *Annuaire statistique du Royaume de Bulgarie :* 1935. Sofia, 1935.

ID. — *Mouvement de la population dans le Royaume de Bulgarie en* 1932. *Mariages, divorces, naissances et décès. Résultats généraux pour le Royaume et par arrondissement. Causes de décès dans les villes.* Sofia, 1935.

ID. — *Recensement des exploitations agricoles dans le Royaume de Bulgarie au* 31 *décembre* 1926. Tome II : *Bulgarie du Nord.* Sofia, 1935.

ID. — *Recensement des exploitations agricoles dans le Royaume de Bulgarie au* 31 *décembre* 1926. Tome III : *Bulgarie du Sud.* Sofia, 1935.

ID. — *Statistique criminelle : Crimes et délits et individus jugés pendant l'année* 1931. Sofia, 1935.

ID. — *Statistique criminelle :* 1932. Sofia, 1935.

ID. — *Statistique de l'enseignement : Année scolaire* 1931-32. Sofia, 1935.

ID. — *Statistique de l'enseignement : Année scolaire* 1932-33. Sofia, 1935.

ID. — *Statistique des Sociétés coopératives :* 1931-32. Sofia, 1935.

ID. — *Statistique du commerce extérieur :* 1934. Sofia, 1935.

DREXEL K. — *La normalisation des tableaux statistiques.* (XXII Session de l'Institut International de Statistique, Londres). La Haye, 1934.

DUPRAT G. L. — *Exposés préliminaires sur la prévision sociologique et l'habitat humain.* (Estr. « Revue Internationale de Sociologie »), Paris, 1932.

ID. — *Introduction à l'étude des formes élémentaires de la vie sociale.* Bucarest, 1934.

ID. — *Préliminaires à l'étude des formes élémentaires de la vie sociale* (Estr. « Revue Internationale de Sociologie »), Paris, 1935.

ECOLE DES HAUTES ETUDES COMMERCIALES DE MONTRÉAL. — *Etudes économiques.* Vol. III. Montréal, 1933.

ECOLE DES HAUTES ETUDES COMMERCIALES À VARSOVIE. — *Annuaire : 10ème année.* Varsovie, 1934.

ECOLE LIBRE DES SCIENCES POLITIQUES. — *Organisation et programme des cours.* Paris, 1934.

EYRAUD H. — *Sur une représentation nouvelle des corrélations continues.* Lyon, s. d.

ID. — *Sur quelques lois d'erreurs analogues aux erreurs systématiques.* (Travaux de l'Institut de Science Financière et d'Assurances, Université de Lyon), s. d.

ID. — *Sur la valeur la plus précise d'une distribution.* (ibidem).

ID. — *Sur le calcul des risques surélevés.* (Estr. « Bulletin de l'Association Amicale des Anciens Elèves de l'Institut de Science Financière et d'Assurances de l'Université de Lyon), avril, 1935.

ID. — *Etude de quelques lois remarquables d'erreurs systématiques.* (Estr. « Bulletin de l'Association Amicale des Anciens Elevès de l'Institut de Science Financière et d'Assurances de l'Université de Lyon), octobre, 1934.

FAURE G. — *Au pays du Duce.* Novara, 1934.

FEDERATION NATIONALE DES ASSOCIATIONS DE FAMILLES NOMBREUSES. — *XVème Congrès National de la natalité et des familles nombreuses.* La Haye, 29 septembre-1er octobre, 1933.

FINLANDS OFFICIELLA STATISTIK. — *L'imposition sur le revenu et la fortune pour l'année* 1931. Helsinki, 1934.

ID. — *Statistique des industries : année* 1932. Helsinki, 1934.

ID. — *Statistique des industries de Finlande : année* 1933. Helsinki, 1935.

FONDATION FRANCQUI. — *Statuts et réglement organique.* Bruxelles, 1934.

FONDATION UNIVERSITAIRE. — *Les institutions d'enseignement supérieur et de recherches en Belgique.* Bruxelles, s. d.

ID. — *La Fondation Universitaire et les institutions à la création desquelles elle a participé.* Bruxelles, 1935.

FRASSETTO F. — *Prolificité et constitution.* (Estr. « XVe Congrès International d'Anthropologie et d'Archéologie Préhistorique », Paris, 20-27/9/1931), Paris, 1933.

FRECHET M. — *Sur l'usage du soi-disant coefficient de corrélation.* (XXII Session de l'Institut International de Statistique, Londres), La Haye, 1934.

GOLZIO S. e LIVI L. — *Le développement de la capacité de production et son influence sur les mouvements de la vie économique.* (XXII Session de l'Institut International de Statistique, Londres), La Haye, 1934.

GRAZIADEI A. — *La rente de la terre (critiques aux théories de Marx).* Paris, 1934.

ID. — *Les variations de la rente et la propriété de la terre.* Paris, s. d.

GUMBEL E. J. — *Calcul des probabilités : La distribution limite de la plus grande valeur parmi les plus petites.* Lyon, s. d.

ID. — *La distribution finale des valeurs voisines de la médiane.* Lyon, s. d.

ID. — *Le paradoxe de l'âge limite.* Lyon, s. d.

ID. — *Le plus grand âge : distribution et séries.* Lyon, s. d.

ID. — *Le plus grand âge en Suisse.* (Estr. « Journal de Statistique et Revue Economique Suisse », 70e année, Fasc. 4).

GUMBEL E. J. — *Les mièmes valeurs extrêmes et le logarithme du nombre d'observations.* Lyon, s. d.

ID. — *Les valeurs extrêmes des distributions statistiques.* (Estr. « Annales de l'Institut Poincaré »), Lyon, s. d.

GUSTI D. — *La monographie et l'action monographique en Roumanie.* Paris, 1935.

GUTERMAN S. — *Les causes des divérgences entre les statistiques du commerce extérieur polonaises et etrangères.* Varsovie, 1934.

HALBWACHS M. — *La nuptialité en France pendant et depuis la guerre.* (Estr. « Annales Sociologiques », Série E), Paris, s. d.

HECHT M. — *Statistique internationale des consortiums et des trusts.* (XXII Session de l'Institut International de Statistique, Londres), La Haye, 1934.

HUBER M. — *La population de la France pendant la guerre.* Paris, s. d.

HUBER M. — *L'uniformité dans les limites de certains groupes statistiques.* (XXII Session de l'Institut International de Statistique, Londres), La Haye, 1934.

ICHOK G. — *Etudes sur la population française.* Paris, s. d.

IDENBURG J. — *La surpopulation des Universités et Ecoles Supérieures et la tâche de la statistique.* (Estr. « Journal de la Société de Statistique de Paris », avril, 1934), Paris.

INSTITUT DE SCIENCE FINANCIERE ET D'ASSURANCES. — *Cours de Mathématiques Générales.* Lyon, 1932.

ID. — *Cours de statistique mathématique : Distributions.* Lyon, 1934.

INSTITUT DE STATISTIQUE DE L'ETAT ROUMAIN. — *Statistique minière de la Roumanie pour l'année* 1932. Bucarest, 1933.

ID. — *Idem pour l'année* 1934. Bucarest, 1935.

ID. — *Statistique des prix et du coût de la vie en* 1934. Bucarest, 1935.

ID. — *Annuaire statistique de la Roumanie :* 1934. Bucarest, 1935.

INSTITUT INTERNATIONAL DE COOPERATION INTELLECTUELLE. — *Quelques remarques d'ordre statistique sur le surpeuplement des Universités.*

INSTITUT INTERNATIONAL DE STATISTIQUE. — *Bulletin :* Tome XVI, 2e livraison. Madrid, 1931.

ID. — *Aperçu de la démographie des divers pays du monde.* La Haye, 1932.

ID. — *Recueil international de statistiques économiques :* 1919-1930. La Haye, 1934.

ID. — *Répertoire international des institutions statistiques.* La Haye, 1934.

INSTITUT SCIENTIFIQUE DE RECHERCHES ECONOMIQUES ET SOCIALES. — *Rapport sur l'exercice* 1933-34. Paris, s. d.

ID. — *Tableau de l'économie française :* 1910-1934. Paris, s. d.

JORDAN C. — *Sur l'emploi des moyennes géométriques et arithmétiques.* (Estr. «Journal de la Société Hongroise de Statistique», n. 1-2, 1934). Budapest.

ID. — *Le théorème de probabilité de Poincaré généralisé au cas de plusieurs variables indépendantes.* (Estr. « Scientiarum Mathematicarum », Tome VII, Fasc. II).

JULIN A. — *Résultats principaux d'une enquête sur le budgets d'ouvriers et d'employés en Belgique :* 1928-29. (XXII Session de l'Institut International de Statistique, Londres), La Haye, 1934.

KALECKI M. et LANDAU L. — *Comparabilité internationale de la production industrielle.* Varsovie, 1934.

ID. — *Comparabilité internationale des indices de la production industrielle.* Varsovie, 1934.

KAWAN L. — *Les exodes.* (Estr. « Atti del Congresso Internazionale per gli studi sulla popolazione), Roma, 1932.

ID. — *Les famines.* (Ibidem).

KOVACS A. — *Le rôle de la confession et de la nationalité (langue maternelle) dans la statistique du mouvement de la population.* (XXII Session de l'Institut International de Statistique, Londres), La Haye, 1934.

KOVACS A. e THIRRING L. — *Sur la statistique de la population éparse.* (Ibidem).

KREMAR J. — *Les Universités de Prague.* Prague, 1934.

LANDAU L. — *Méthodes de recherches sur la production industrielle et l'emploi de la main-d'oeuvre.* (Estr. « Travaux de l'Institut de Recherches sur le Mouvement Général des Affaires et sur la Formation des prix », Vol. II, n. 2), Varsovie, s. d.

LAZARD M. — *De l'intervention de l'Etat en matière économique et l'équilibre des forces sociales.* Paris, 1935.

LEJEUNE J. — *Les méthodes de construction des index-numbers.* Paris, 1935.

LEMOINE R. J. — *Economistes et historiens (L'histoire considérée du point de vue de l'économiste).* (Estr. « Revue Economique Internationale », mars, 1933), Bruxelles.

ID. — *De la méthode en science économique.* (Estr. « Revue de l'Université de Bruxelles », n. 3-4, 1933), Bruxelles, 1934.

LINGAT R. — *L'esclavage privé dans le vieux droit siamois.* Paris, 1931.

LOTKA A. — *Application de l'analyse au phénomène démographique.* (Estr. « Journal de la Société de Statistique de Paris », novembre, 1933), Paris.

LURQUIN C. — *Sur l'astension de la loi Bernoulli-Poisson.* (Estr. « Bulletins de la Classe des Sciences », 5e série, Tome XVII), Bruxelles, 1931.

ID. — *Sur le principe d'invariance des valeurs moyennes.* (Ibidem, Tome XVIII), Bruxelles, 1932.

ID. — *Sur les fonctions génératrices de Laplace.* (Estr. « Compte-rendus des séances de l'Académie des Sciences »), Paris, 1932.

ID. — *Sur l'algèbre des variations éventuelles.* (Estr. « Bulletin de l'Académie Royale de Bélgique », n. 2).

ID. — *Sur la généralisation du problème de Pascal.* (Estr. « Bulletins de la Classe des Sciences », 5e série, Tome XIX), Bruxelles, 1933.

LURQUIN L. — *Statistique et pédagogie.* (Estr. « Revue de l'Université de Bruxelles », n. 4, 1933).

MAHAIM E. — *Etude sur l'association professionnelle.* Liège, 1891.

MALGAUD W. — *Le problème logique de la Société.* Paris, s. d.

ID. — *De l'action à la pensée.* Paris, 1935.

MANOÏLESCO M. — *L'espace économique corporatif.* Paris, 1934.

MILICER-GRUZEWSKA H. — *Sur la continuité de la variation.* 1928.

ID. — *Sur les fonctions à la variation et à l'écart Hadamardien nul.* 1928.

ID. — *Une contribution à la question des variations sur les ensembles du type (H).* 1928.

MILICER-GRUZEWSKA H. — *Sur la différenciation des intégrales de Jackson.* (« Comptes rendus du 1er Congrès des Mathématiciens des Pays Slaves », Varsovie, 1929). Varsovie, 1930.

MINISTERE DE L'AGRICOLTURE. — *Rapport sur le warrantage des produits agricoles pendant les années* 1931 *et* 1932. Paris, s. d.

ID. — *Rapport sur les opérations faites par les Caisses Régionales de Crédit Agricole Mutuel pendant l'année* 1932 *et sur l'application de la loi du* 5/8/1920. *Paris*, 1933.

ID. — *Rapport sur les opérations faites par la Caisse Nationale de Crédit Agricole pendant l'année* 1932 *en application de la loi du* 2/8/1923. Paris, 1933.

ID. — *Rapport sur les opérations faites par la Caisse Nationale de Crédit Agricole pendant l'année* 1933. Paris, 1934.

ID. — *Rapport sur les opérations faites par les Caisses Régionales de Crédit Agricole Mutuel pendant l'année* 1933 *et sur l'application de la loi du* 5/8/1920. Paris, 1934.

ID. — *Rapport sur le warrantage des produits agricoles pendant l'année* 1933. Paris, 1934.

ID. — *Idem pour l'année* 1934. Paris, 1935.

ID. — *Rapport sur les opérations faites par la Caisse Nationale de Crédit Agricole en* 1934. Paris, 1935.

MINISTERE DE L'AGRICOLTURE ET DES CLASSES MOYENNES. — *Répartition et rendement des cultures. Animaux des fermes : Année* 1932. Bruxelles, s. d.

MINISTERE DES FINANCES. — *Comptes publics de l'année financière* 1933-34. Lisboa, 1934.

MRAZ J. — *Problèmes de la carte statistique.* (XXII Session de l'Institut International de Statistique, Londres), Prague, 1934.

MYDLARSKI J. — *Aptitude physique de la jeunesse polonaise.* Varsovie, 1934.

NORGES OFFICIELLE STATISTIKK. — *Assurance-maladie pour l'année* 1932. Oslo, 1933.

ID. — *Fortune et dette des propriétaires et des petits propriétaires d'après l'évaluation communale des revenus et des fortunes* (1932-33). Oslo, 1933.

ID. — *Rapport sur l'état sanitaire et médical pour l'année* 1931. Oslo, 1933.

ID. — *Sociétés d'assurances* 1932 : *Rapport du Conseil d'assurances.* Oslo, 1933.

ID. — *Statistique du recrutement à l'armée pour les années* 1928-32. Appendice : *Maladies pendant les exercices.* Oslo, 1933.

ID. — *Statistique industrielle de la Norvège pour l'année* 1932. Oslo, 1933.

ID. — *Superficies agricoles et élevage du bétail de l'année* 1933 : *Recensement représentatif.* Oslo, 1933.

ID. — *Annuaire des chemins de fer norvegiens :* 1932-33. Oslo, 1934.

ID. — *Annuaire statistique de la Norvège,* 531ème *année :* 1934. Oslo, 1934.

ID. — *Assurances de l'Etat contre les accidents des marins, pêcheurs, etc. :* 1931. Oslo, 1934.

ID. — *Assurances de l'Etat contre les accidents pour les travailleurs de l'industrie, etc.* Oslo, 1934.

ID. — *Election en* 1933 *pour le « Starting ».* Oslo, 1934.

NORGES OFFICIELLE STATISTIKK. — *Elevage de porcs : Recensement du* 31 *avril* 1934 *et* 1933. Oslo, 1934.
ID. — *Finances des communes pendant l'année* 1931-32. Oslo, 1934.
ID. — *Grandes pêches maritimes.* Oslo, 1934.
ID. — *Moulins de Norvège : D'après recensements dans les années* 1927-29. *I. — Nombre des moulins, des différentes classes des propriétaires, etc., bâtiments, combinaisons avec l'agricolture, scieries, etc., données, forces motrices, machines motrices et force de cheval.* Oslo, 1934.
ID. — *Rapport sur l'état sanitaire et médical pour l'année* 1932. Oslo, 1934.
ID. — *Recensement du* 1er *décembre* 1930 : *V. — Population répartie par le sex, l'âge et l'état civil.* Oslo, 1934.
ID. — *Idem : VI. — Population répartie par profession.* Oslo, 1934.
ID. — *Service vétérinaire civil :* 1932. Oslo, 1934.
ID. — *Sociétés d'assurances* 1933. *Rapport du Conseil d'assurances.* Oslo, 1934.
ID. — *Statistique de la criminalité pour les années* 1931 *et* 1932. Oslo, 1934.
ID. — *Statistique de l'instruction publique pour les années* 1929-32. Oslo, 1934.
ID. — *Statistique des Banques privées par actions et des Caisses d'épargne pour l'année* 1933. Oslo, 1934.
ID. — *Statistique des mines et usines en Norvège en* 1933 : *données de Svalbard pour l'année* 1932. Oslo, 1934.
ID. — *Statistique des téléphones et des télégraphes de l'Etat de Norvège pour l'année financière* 1932-33. Oslo, 1934.
ID. — *Statistique du commerce de la Norvège pendant l'année* 1933. Oslo, 1934.
ID. — *Statistique du recrutement de l'armée pour l'année* 1929. *Annexe : Maladies pendant le service actif.* Oslo, 1934.
ID. — *Statistique industrielle de la Norvège pour l'année* 1933. Oslo, 1934.
ID. — *Statistique postale pour l'année* 1933. Oslo, 1934.
ID. — *Superficies agricoles et élevage du bétail de l'année* 1934 : *Recensement représentatif.* Oslo, 1934.
ID. — *Tables de la mortalité selon les expériences* 1921-22, 1930-31. Oslo, 1934
ID. — *Annuaire des chemins de fer norvegiens :* 1933-34. Oslo, 1935.
ID. — *Annuaire statistique de la Norvège :* 1935. Oslo, 1935.
ID. — *Aperçu du mouvement de la population en Norvège pendant les années* 1921-1932. Oslo, 1935.
ID. — *Assurances de l'Etat contre les accidents des marins, pêcheurs, etc.* Oslo, 1935.
ID. — *Assurances de l'Etat contre les accidents pour les travailleurs de l'industrie.* Oslo, 1935.
ID. — *Assurance-maladie pour l'année* 1933. Oslo, 1935.
ID. — *Idem pour l'année* 1934. Oslo, 1935.
ID. — *Elections en* 1934 *pour les Conseils communaux et municipaux.* Oslo, 1935.
ID. — *Elevage des animaux à fourrure du* 1er *septembre* 1934. Oslo, 1935.
ID. — *Finances des communes pendant l'année* 1932-33. Oslo, 1935.
ID. — *Grandes pêches maritimes.* Oslo, 1935.

NORGES OFFICIELLE STATISTIKK. — *L'industrie laitière de la Norvège en* 1933. Oslo, 1935.
ID. — *Idem pour l'année* 1934. Oslo, 1935.
ID. — *Recensement du* 1er *décembre* 1930 : *VIII. — Aperçu principal de la statistique des professions. La population répartie par les professions, l'âge et l'état civil.* Oslo, 1935.
ID. — *Idem : X. — Statistique d'habitation.* Oslo, 1935.
ID. — *Service vétérinaire civil* 1933. Oslo, 1935.
ID. — *Sociétés d'assurances* 1934. *Rapport du Conseil d'assurances.* Oslo, 1935.
ID. — *Statistique de l'Office national d'assurance contre l'incendie pour les années* 1932-34. Oslo, 1935.
ID. — *Statistiques des Banques privées par actions et des Caisses d'épargne pour l'année* 1934. Oslo, 1935.
ID. — *Statistique des mines et usines en Norvège en* 1934. Oslo, 1935.
ID. — *Statistique des télégraphes et des téléphones de l'Etat de Norvège pour l'année financière* 1933-34. Oslo, 1935.
ID. — *Statistique du commerce de la Norvège pendant l'année* 1934. Oslo, 1935.
ID. — *Statistique du recrutement de l'armée pour les années* 1930 *et* 1931. Oslo, 1935.
ID. — *Statistique industrielle de la Norvège pour l'année* 1934. Oslo, 1935.
ID. — *Statistique postale pour l'année* 1934. Oslo, 1935.
ID. — *Superficies agricoles et élevage du bétail de l'année* 1935 : *Recensement représentatif.* Oslo, 1935.
ID. — *Traitements des fonctionnaires privés dans le mois d'octobre* 1934. Oslo, 1935.
OFFICE CENTRAL DE STATISTIQUE DE LA REPUBLIQUE POLONAISE. — *Le petit annuaire statistique de la Pologne : III*ème *année,* 1933. Varsovie, 1933.
ID. — *Répertoire des communes de la République Polonaise.* Varsovie, 1933.
ID. — *Statistique de l'enseignement scolaire :* 1931-32. Varsovie, 1933.
ID. — *Statistique des imprimés :* 1932. Varsovie, 1933.
ID. — *Statistique industrielle,* 1931, Varsovie, 1933.
ID. — *Superficie des villes : Plan, utilisation, propriété.* Varsovie, 1933.
ID. — *Abatage du bétail :* 1932. Varsovie, 1934.
ID. — *Annuaire du commerce extérieur de la République Polonaise et de la ville libre de Dantzig :* 1933. Varsovie, 1934.
ID. — *Dépenses et recettes des commerces rurales sur la base des comptes clos :* 1932-33. Varsovie, 1934.
ID. — *Endettement des villes et des unions communales d'arrondissement : Situation au* 31/3/1931. Varsovie, 1934.
ID. — *Excédents et déficits budgétaires des entreprises communales en* 1931-32. Varsovie, 1934.
ID. — *La statistique de la vie intellectuelle et culturelle.* Varsovie, 1934.
ID. — *Mariages, naissances et décès.* Varsovie, 1934.
ID. — *Petit annuaire statistique de la République Polonaise : IV*ème *année,* 1934. Varsovie, 1934.

Office Central de Statistique de la Republique Polonaise. — *Projets des budgets des administrations autonomes pour l'année* 1933-34. Varsovie, 1934.
Id. — *Idem pour l'année* 1934-35. Varsovie, 1934.
Id. — *Répartition des crédits bancaires en Pologne :* 1931-32. Varsovie, 1934.
Id. — *Idem :* 1933. Varsovie, 1934.
Id. — *Répertoire des communes de la République Polonaise.* Varsovie, 1934.
Id. — *Statistique agricole.* Varsovie, 1934.
Id. — *Statistique de l'enseignement scolaire :* 1932-33. Varsovie, 1934.
Id. — *Statistique des administrations territoriales :* 1931-32. Varsovie, 1934.
Id. — *Statistique des imprimés :* 1933. Varsovie, 1934.
Id. — *Statistique des incendies :* 1928-30. Varsovie, 1934.
Id. — *Statistique industrielle :* 1932. Varsovie, 1934.
Id. — *Idem :* 1933. Varsovie, 1934.
Id. — *Statistique du service postal télégraphique et téléphonique pour l'année* 1933. Varsovie, 1934.
Id. — *Annuaire du commerce extérieur de la République Polonaise et de la ville libre de Dantzig (première et deuxième partie).* Varsovie, 1935.
Id. — *Balance des paiements de la Pologne :* 1931 *et* 1932. Varsovie, 1935.
Id. — *Idem :* 1933. Varsovie, 1935.
Id. — *Compte-rendu des opérations de la Bank Polski pendant l'année* 1934 *présenté à l'Assemblée Générale des Actionnaires du* 26/2/1935. Varsovie, 1935.
Id. — *Conventions collectives dans l'industrie de transformation en Pologne, en* 1933. Varsovie, 1935.
Id. — *Deuxième recensement général de la population du* 9/12/1931 : *Les immeubles et les bâtiments dans les villes.* Varsovie, 1935.
Id. — *La statistique des élections à la Diète et au Sénat effectuées le* 16 *et le* 23 *novembre* 1930. Varsovie, 1935.
Id. — *Petit annuaire statistique de la Pologne.* Varsovie, 1935.
Id. — *Répertoire des communes de la République Polonaise.* Varsovie, 1935.
Id. — *Statistique agricole :* 1934. Varsovie, 1935.
Id. — *Statistique de l'enseignement scolaire :* 1933-34. Varsovie, 1935.
Id. — *Statistique des administrations autonomes territoriales :* 1933-34. Varsovie, 1935.
Id. — *Idem. Projets des budgets :* 1935-36. Varsovie, 1935.
Id. — *Statistique des cartels en Pologne.* Varsovie, 1935.
Id. — *Statistique des finances :* 1934-35. Varsovie, 1935.
Id. — *Statistique des sociétés anonymes en Pologne :* 1929-33. Varsovie. 1935.
Id. — *Statistique du service postal télégraphique et téléphonique : Dressé par le Ministre des postes et télégraphes.* Varsovie, 1935.
Office Central de Statistique de la Republique Tchecoslovaque. — *Statistiques des centrales électriques dans la République Tchécoslovaque pour les années* 1913 *et* 1919 *à* 1928. Prague, 1932.
Id. — *Statistique des impôts pour* 1928. Prague, 1932.
Id. — *Annuaire de statistique de la ville de Prague : années* 1926-29. Prague, 1933.

Office Central de Statistique de la Republique Tchecoslovaque. — *Commerce extérieur de la République Tchécoslovaque en* 1932. (Tome I et II), Prague, 1933.

Id. — *Minoteries dans la République Tchécoslovaque en activité pendant la campagne du* 1/7/1931 *au* 30/6/1932. Prague, 1933.

Id. — *Statistique des finances.* Prague, 1933.

Id. — *Annuaire statistique de la République Tchécoslovaque.* Prague, 1934.

Id. — *Commerce extérieur de la République Tchécoslovaque (Tome I, II et III).* Prague, 1934.

Id. — *Annuaire statistique de la République Tchécoslovaque.* Prague, 1935.

Id. — *Assistance publique et protection de la jeunesse dans la République Tchécoslovaque en* 1931. Prague, 1935.

Id. — *Commerce extérieur de la République Tchécoslovaque (Tome I, II et III).* Prague, 1935.

Id. — *Recensement des logements à Prague du* 1er *décembre* 1930. Prague, 1935.

Office Central de Statistique de la Republique Turque. — *Annuaire statistique :* 1932-33. Istanbul, 1934.

Office Central Royal Hongrois de Statistique. — *Annuaire statistique hongrois : Nouveau cours XXXIX,* 1931. Budapest, 1933.

Id. — *Idem : Nouveau cours XL,* 1932. Budapest, 1934.

Id. — *La statistique des écoles secondaires hongroises jusqu'à l'année scolaire* 1932-33. Budapest, 1934.

Perieteanu A. — *Traité de mécanique économique.* Paris, 1932.

Id. — *La crise mondiale et le problème agraire.* 1934.

Perroux M. — *Cours d'économie politique.* s. d.

Pirenne H. — *La Bélgique et la guerre mondiale.* Paris, 1928.

Pittard E. — *Les Tziganes ou Bohémiens.* Genève, 1932.

Id. — *La castration chez l'homme et les modifications morphologiques qu'elle entraîne.* Paris, 1934.

Porte-Gil E. — *La lutte contre le pouvoir civil et le clergé.* Mexico, 1934.

Przyborowski J. et Wilenski H. — *Sur les erreurs de la première et de la seconde catégorie dans la vérification des hypothèses concernant la loi de Poisson.* (Comptes rendus des séances de l'Académie de Sciences), Paris, s. d.

Ptoukha M. — *Evolution de la mortalité en Ukraine avant l'époque du premier plan quinquennal.*

Id. — *Méthodes pour calculer les taux de mortalité infantile selon les mois de l'année.* (Estr. « Revue de l'Institut International de Statistique »), La Haye, 1934.

Rieznikov R. — *La démographie de l'Ukraine en* 1914-1928. 1930.

Roulleau G. — *Les règlements par effets de commerce en France et à l'étranger.* Paris, 1914.

Rousseau J. J. — *Oeuvres.* Vol. I, II, IV, V, VII, VIII, XII, XIV. Amsterdam.

Sasek I. — *Les migrations de la population intéressant le territoire de la Tchécoslovaquie actuelle (depuis le XVII siècle à nos jours).* Genève, s. d.

Sbarounis A. J. — *L'impôt sur le revenu en Grèce. Etude politique, critique et comparée.* Paris, 1934.

SILLEVAERTS CH. et GOVAERTS A. — *Une grave menace pèse sur notre avenir racique.* (Estr. « Mémoires couronnés et autres mémoires–Académie Royale de Médecine de Belgique », Tome XXV, Fasc. 3), Bruxelles, 1934.

SIMIAND F. — *Tâches envisagées et tâches à envisager pour la Commission de recherches historiques.* (XXII Session de l'Institut International de Statistique, Londres), La Haye, 1934.

ID. — *Note sur la suite à donner aux résolutions concernant la statistique intellectuelle.* (Ibidem).

SOCIÉTÉ DES NATIONS. — *Memorandum sur les monnaies :* 1913-1921. Genève, 1922.

ID. — *Idem :* 1913-1922. Genève, 1923.

ID. — *Idem :* 1913-1925. Genève, 1926.

ID. — *Balances des paiements :* 1931 *et* 1932. Genève, 1933.

ID. — *Corrigendum au Journal de la Conférence monétaire et économique.* Genève, 1933.

ID. — *Double imposition et évasion fiscale. Recueil des accords internationaux et des dispositions de droit interne tendant à éviter la double imposition et l'évasion fiscale.* Genève, 1933.

ID. — *L'imposition des entreprises étrangères et nationales* (Vol. II, III, IV et V). Genève, 1933.

ID. — *Statistique des maladies à déclaration obbligatoire pour l'année* 1931. Genève, 1933.

ID. — *Statistique du commerce extérieur :* 1931 *et* 1932. Genève, 1933.

ID. — *Vingt-neuvième rapport du Commissaire de la Société des Nations en Bulgarie.* Genève, 1933.

ID. — *Annuaire statistique de la Société des Nations :* 1933-34. Genève, 1934

ID. — *Aperçu général du commerce mondial :* 1933. Genève, 1934.

ID. — *Balances des paiements :* 1933. Genève, 1934.

ID. — *La production mondiale et les prix :* 1925-1933. Genève, 1934.

ID. — *Les Banques Commerciales :* 1925-1933. Genève, 1934.

ID. — *Projets de conventions sur les questions vétérinaires.* Genève, 1934.

ID. — *Rapport épidemiologique annuel. Statistiques corrigées des maladies à declaration obligatoire pour l'année* 1932. Genève, 1934.

ID. — *Revue de la situation économique mondiale en* 1933-34. Genève, 1934.

ID. — *Statistique du commerce international :* 1933. Genève, 1934.

ID. — 30ème, 31ème, 32ème *et* 33ème *Rapport du Commissaire de la Société des Nations en Bulgarie.* Genève, 1934.

ID. — *Annuaire statistique de la Société des Nations :* 1934-35. Genève, 1935.

ID. — *Aperçu général du commerce mondial :* 1934. Genève, 1935.

ID. — *Balances des paiements :* 1934. Genève, 1935.

ID. — *Convention internationale concernant le transit des animaux, des vivandes et des autres produits d'origine animale.* Genève, 1935.

ID. — *Convention internationale concernant l'exportation et l'importation des produits d'origine animale.* Genève, 1935.

ID. — *Convention internationale pour la lutte contre les maladies contagieuses des animaux.* Genève, 1935.

Société der Nations. — *Convention internationale pour la simplification des formalités douanières signée à Genève le* 3/11/1923. Genève, 1935.
Id. — *Enquête sur les accords de Clearing*. Genève, 1935.
Id. — *La production mondiale et les prix*. Genève, 1935.
Id. — *Les Banques Commerciales :* 1929-1934. Genève, 1935.
Id. — *Projet de convention tendant à faciliter la propagande commerciale*. Genève, 1935.
Id. — *Questions économiques et financières*. (Rapport présenté par la deuxième Commission à l'Assemblée). Genève, 1935.
Id. — *Rapport épidemiologique annuel. Statistiques corrigées des maladies à declaration obligatoire pour l'année* 1933. Genève, 1935.
Id. — *Revue de la situation économique mondiale :* 1934-35. Genève, 1935.
Id. — *Statistique du commerce international :* 1934. Genève, 1935.
Id. — 34ème, 36ème *et* 37ème *Rapport du Commissaire de la Société des Nations en Bulgarie*. Genève, 1935.
Société des Nations - Comité Economique. — *Projet de nomenclature douanière*. (2 voll.), Genève, 1931.
Id. — *Rapport au Conseil sur les travaux de la* 41ème *session tenue a Genève du* 17 *au* 19 *juillet* 1934. Genève 1934.
Id. — *Considérations relatives à l'évolution actuelle du protectionisme agricole*. Genève, 1935.
Id. — *Etudes relatives au problème des rapprochements économiques européens*. Genève, 1935.
Id. — *Rapport au Conseil sur les travaux de la* 42ème *session*. Genève, 1935.
Id. — *Idem* 43ème *session*. Genève, 1935.
Id. — *Remarques sur l'état actuel des relations économiques internationales*. Genève, 1935.
Société des Nations - Comité d'Experts Statisticiens. — *Rapport au Conseil sur les travaux de la deuxième session*. Genève, 1933.
Id. — *Idem quatrième session*. Genève, 1935.
Société des Nations - Comité Financier. — *Rapport au Conseil sur les travaux de la* 53ème, 54ème, 55ème, 57ème, 58ème, 59ème, et 60ème *Session du Comité*. Genève, 1934 et 1935.
Société des Nations - Comité Fiscal. — *Rapport au Conseil sur les travaux de la* 5ème *session du Comité*. Genève, 1935.
Société Mathématique de Kharkow *et Institut des Sciences Mathématiques et mécaniques de l'Ukraine. Communications*.
Spencer H. — *Les premiers principes*. Paris, 1902.
Statistique Générale de la France. — *Annuaire statistique ;* 1932. Paris, 1933.
Id. *Idem :* 1933. Paris, 1934.
Id. — *Mouvement des prix depuis la stabilisation du franc*. Paris, 1934.
Id. — *Annuaire statistique :* 1934. Paris, 1935.
Id. — *Enquête industrielle*. (*Enquêtes annexes du recensement de* 1931). Paris, 1935.
Id. — *Français et institutions françaises à l'etranger en* 1930. (*Enquêtes annexes du recensement de* 1931). Paris, 1935.

Statistique Générale de la France. — *Résultats statistiques du recensement de la population de* 1931 (Tome I, II et III). Paris, 1935.

Statistique Générale de la Grèce. — *Annuaire statistique de la Grèce.* Athènes, 1933.

Statystyka Samazadowa. — *Statistique des administrations autonomes territoriales.* Varsovie, 1934.

Szapszal S. B. — *Images persanes des saints musulmans et chrétiens.* Wilno, 1934.

Thirring L. — *Elimination de l'effet perturbateur des naissances et décès dans la population non résidante sur la variation des facteurs de l'accroissement effectif.* (Estr. « Journal de la Société Hongroise de Statistique », n. 3-4, 1933), Budapest, 1934.

Id. — *Notice sur les rapports entre l'Institut International de Statistique et la statistique hongroise.* (Ibidem, n. 1-2, 1934), Budapest, 1934.

Id. — *Les professions dans la Hongrie actuelle en* 1930. Budapest, 1935.

Id. — *Réflexions sur la sociographie des maisons et logements.* (XXII Session de l'Institut International de Statistique, Londres), La Haye, 1934.

Varga E. — *Le développement économique de la Hongrie mutilée.* (Estr. « Journal de la Société Hongroise de Statistique »), Budapest, 1932.

Waxweiler E. — *Esquisse d'une sociologie.* Bruxelles, 1906.

Weyr F. — *L'intelligence surnormale considérée comme phénomène collectif.* (XXII Session de l'Institut International de Statistique, Londres), La Haye, 1934.

Wiśniewski J. — *L'indice des prix de gros de l'Institut de Recherches sur le Mouvement général des Affaires et sur la Formations des prix* (Estr. « Travaux de l'Institut de Recherches sur le Mouvement général des Affaires et sur la Formation des Prix », Vol. II, n. 1), Varsovie, s. d.

Yanagisawa (Comte de) *Etat de l'enseignement de la statistique dans les écoles des hautes études au Japon en* 1931. (XXI Session de l'Institut International de Statistique, Mexico), Mexico, 1933.

Yovanovitch D. — *Les effects économiques et sociaux de la guerre en Serbie.* Paris, s. d.

Zahn F. — *Cinquantième année de l'Institut International de Statistique.* Münich, 1934.

Id. — *Rapport de la Commission sur la Statistique du Marché Intérieur* (XXII Session de l'Institut International de Statistique, Londres). La Haye, 1934.

Van Zanten J. H. — *Rapport sur la migration et le mouvement alternants.* (XXII Session de l'Institut International de Statistique, Londres), La Haye, 1934.

Id. — *Uniformité dans les statistiques des accidents de la circulation* (Ibidem).

Zejmo-Zejmis S. — *Le problème de la hauteur de la tête en rapport avec la question de la classification des signes anthropologiques.* (Estr. « Journal de la Société Polonaise des Naturalistes « Kopernick », Vol. LXIII, Fasc. I-IV), 1933.

Addams J. — *Democracy and social ethics*. New York, 1902.
Advisory Committee on social and economic research in Agriculture. — *Research in trasportation in relation agriculture*. New York, 1933. (Bull. n. 8, March. 1933).
Akinoto S. — *The lure of Japan*. Tokyo, 1934.
Amery L. S. — *The fundamental fallacies of free trade*. London, 1908.
Anderson W. A. — *Mobility of rural families. — I. Changes in residence and in occupation of rural husbands and wives in genese county, New York*. (Estr. « Bulletin of the Cornell University », n. 607), Ithaca, 1934.
Id. — *Movement of population to and from New York State*. (Estr. « Bulletin of the Cornell University », April, 1934), Ithaca, 1934.
Avebury. — *Free trade*. London, 1904.
Bagehot W. — *Lombard Street. A description of the money market*. London, 1892.
Bagge G. — *Wages and unemployment in Sweden :* 1920-30. London, s. d.
Balas C. — *Malthus and the population problem of to-day*. (Estr. « Journal de la Société Hongroise de Statistique », n. 4, 1935). Budapest, 1935,
Bank of Finland. — *Year Book* 1933. Helsinki, 1934.
Id. — *Year book* 1934. Helsinki, 1935.
Bank of the Republic of Colombia. — *Tenth annual report presented by the manager to the board of directors*. Bogota, 1933.
Bates R. W., Lahr E. L. and Riddle O. — *Prolaction induces broodines in fowl*. (Estr. « The American Journal of Physiology », March, 1935).
Id. — *Effects of prolactin and follicle stimulating hormone on the adult dove testis*. (ibidem. September, 1935).
Id. — *An essay of three hormones present in anterior pituitaries of seven types of cattle classified for age, sex and stage of reproduction*. (ibidem. October, 1935).
Id. — *Material behavior induced in virgin rats by prolaction*. (Proceedings of the Society for Experimental Biology and Medicine, 1935).
Bellows M. T. and Reed L. J. — *Effect of certain environmental factors on urban infant mortality rates*. (Estr. « The American Journal of Hygiene », November 1934).
Berman E. — *The Massachussetts system of saving bank life insurance*. Washington, 1935.
Bibliography *: Graeco-Roman Egypt*. (Estr. « The Journal of Egyptian Archaeology », Vol. XXI, Part I, 1935).
Bogart E. L. — *Direct and indirect costs of the great world war*. New York, 1920.
Bosanquet B. — *The civilization of christendom*. London, 1893.
Id. — *The standard of life and other studies*. London, 1898.
Bowley A. L. — *National progress in wealth and trade*. London, 1904.
Id. — *The division of the product of industry*. Oxford, 1919.
Braucher P. F. and Riddle O. — *Hemoglobin and erythrocyte differences according to sex and season in doves and pigeons*. (Estr. « The American Journal of Physiology », June, 1934).

Bureau of Statistics - Imperial Cabinet Japan. — *The application of the sampling method to the census of Japan in* 1930 *and the summary of its results.* Tokyo, 1933.

Cassel G. — *The world's monetary problems.* London, 1921.

Casualty Actuarial Society. — *Year Books* 1926, 1928, 1931 and 1932. New York.

Chaddoch E. R. — *Significance of infant mortality rates for small geographic areas.* (Estr. « Journal of the American Statistical Association », September, 1934).

Chalkley H. O. — *Report on the financial, commercial and economic conditions of the Argentina Republic.* London, 1925.

Id. — *Report on the commercial, economic and financial conditions of the Argentina Republic.* London, 1927.

Id. — *Commercial, economic and financial conditions in the Argentina Republic.* London, 1929.

Id. — *Economic conditions in the Argentina Republic.* London, 1931.

Cobb W. M. — *Human materials in American institutions available for anthropological study.* (Estr. « American Journal of Physical Anthropology », Vol. XVII, n. 4), 1933.

Committee of the Privy Council for Medical Research. — *Report of the Medical Research Council for the year* 1932-33. London, 1934.

Id. — *Report of the Medical Research Council for the year* 1933-34. London, 1935.

Committee on emigration from India. — *Report of the Committee on emigration from India to the crown colonies and protectorates.* London, 1910.

Conference of British Commonwealth Statisticians 1935 *held at Ottawa, Canada, from september* 13th *to october* 9th, 1935. Ottawa, 1935.

Cosenza M. E. — *Thirteenth annual report school year* 1933-34. Brooklyn College.

Covello L. — *The Casa Italiana Educational Bureau. Its purpose and program.* New York, s. d.

Id. — *The Italians in America.* New York, s. d.

Craig J. I. — *An extension of Newton's method to the calculation of the complex roots of an algebraic equation.* (Estr. « Bulletin de l'Institut d'Egypte », T. XV), Le Caire, 1933.

Cramer H. and Wold H. — *On the development of the mortality of the adult swedish population since* 1800. (Estr. « Nordic Statistical Journal »), Stockholm, 1934.

Id — *Mortality variations in Sweden. A study in graduation and forecasting.* (« Skandinavisk Aktuarietodskrift »), Uppsala, 1935.

Crum W. L. — *The effect of size on corporate earnings and condition.* Boston, 1934.

Cunningham W. — *The use and abuse of money.* London, 1891.

D'Alesandre J. J. — *Occupational trends of Italians in New York City.* (Estr. « Bull. n. 8 - Casa Italiana - Educational Bureau »), 1935.

Dalton M. — *Mortality in New York City a century and a quarter ago.* (Estr. « Human Biology », Vol. 6, n. 1), Baltimore, 1934.

DAVENPORT C. B. — *On the need of checking in anthropometry.* (Estr. « Scientific papers of the third International Congress of Eugenics), 1932.

ID. — *Presidential address : The development of eugenics.* (Ibidem).

ID. — *Heredity and disease.* (Estr. « The Scientific Monthly », February, 1932).

ID. — *The thoracic index.* (Estr. « Human Biology », Vol. 6, n. 1), Baltimore, 1934.

ID. — *How early in ontogeny do human racial characters show themselves ?* (Estr. « Eugen Fischer Festband - Zeitschrift für Morphologie und Anthropologie », Bd. XXXIV), 1934.

DEPARTMENT OF HEALTH OF PALESTINE. — *Annual report for the year* 1934. Jerusalem, s. d.

DEPARTMENT VAN ECONOMISCHE ZAKEN. — *Census of* 1930 *in the Netherlands Indies.* (Voll. II, III e VII). Batavia, 1934 e 1935.

DE SIMONE L. — *Increasing mechanisation and the working class.* Genève, 1935.

ID. — *The industrial transformation of London as a result of technical progress.* Genève, 1935.

DE TOMASI J. A. and SHARP P. F. — *Increase in non-lactic acidity in raw cream and its control.* Cornell, 1933.

DOMINION BUREAU OF STATISTICS. — *Prices and price indexes :* 1913-1932. Ottawa, 1934.

DOULL J. A. and GAFAFER W. M. — *Stability of resistance to the common cold.* (Estr. « The American Journal of Hygiene », Vol. XVIII, n. 3), Lancaster, 1933.

ID. — *A note on the stability of resistences to colds.* (Estr. « Science », Vol. 78, n. 2023), 1933.

DOULL J. A., HERMAN N. B. and GAFAFER W. M. — *Minor respiratory diseases in a selected adult group : prevalence* 1928-1932, *and clinical characteristics as observed in* 1929-1930. (Estr. « The American Journal of Hygiene », Vol. XVII, n. 3), Lancaster, 1933.

DOULL J. A., VOLKENBURGH V. A., HERMAN N. B. and GAFAFER W. M. — *Relationship of abnormalities of the upper respiratory tract to minor respiratory diseases.* (ibidem), Lancaster, 1933.

ID. — *Abnormalities of the upper respiratory tract and minor respiratory diseases.* (Estr. « Annals of Otology, Rhinology and Laryngology », Vol. XLII, n. 3), Baltimore, 1933.

DUBLIN L. I. and LOTKA A. J. — *The history of longevity in the United States.* (Estr. « Human Biology », Vol. 6, n. 1), Baltimore, 1934.

DUNCAN D. — *Sex ratios and marital condition of adult populations of different types of communities in the United States in relation to population changes.* (Estr. « Social Forces », Vol. XII, n. 2), 1933.

DUNCAN O. D. — *Population trends in Oklahoma.* Oklahoma, 1935.

DUNCAN O. D., MCGUIRE J. H., SALISBURY J. and SIMMONS E. H. — *The factor of age in marriage.* (Estr. « The American Journal of Sociology », Vol. XXXIX, n. 4), 1934.

EATON O. N., MCPHEE H. C. and WRIGHT S. — *Heredity variations of the Guinea Pig.* (Estr. « Proceedings of the Sixth International Congress of Genetics »), Washington, 1932.

EDGE G. P. — *Vital statistics in tropical territories.* (XXII Session de l'Institut International de Statistique, Londres), La Haye, 1934.

EINAUDI M. M. — *Pareto as I knew him.* (Estr. « Atlantic Monthly », September, 1935).

FIALA G. F. — *Preparation of hair for cross-section examination.* (Estr. « American Journal of Physical Anthropology », Vol. XIV, n. 1), 1930.

FIELDS J. CH. — *Abituary notice :* 1863-1932. (Estr. « Abituary notice of Fellows of the Royal Society »), London, 1933.

FISHER I. — *The debt-deflation theory of great depressions.* (XXI Session de l'Institut International de Statistique, Mexico), Mexico, 1933.

ID. — *Are booms and depressions transmitted internationally through monetary standards ?* (Ibidem, XXII Session, Londres), New Haven, 1934.

FISHER R. A. — *The contributions of Rothamsted to the development of the science of statistics.* 1933.

ID. — *Selection in the production of the eversporting stocks.* (Estr. « Annals of Botany », Vol. XLVII, N. 188) Oxford, 1933.

ID. — *Two new properties on mathematical likelihood.* (Estr. « Proceedings of the Royal Society », Vol. 144), London, 1934.

ID. — *Probability, likelihood and quantity of information in the logic of uncertain inference.* (Estr. « Proceedings of the Royal Society », Vol. 146) ; London, 1934.

ID. — *Crest and herma in fowls due to a single gene without dominance.* (Estr. « Science », Vol. 80, n. 2074), 1934.

ID. — *The amount of information supplied by records of families as a function of the linkage in the population sampled. The use of simultaneous estimation in the evaluation of linkage.* (Estr. « Annals of Eugenics », Vol. VI, Part I), 1934.

ID. — *The effect of methods of ascertainment upon the estimation of frequencies.* (Ibidem).

ID. — *Randomisation and an old enigma of card play.* (Estr. « Mathematical Gazette », Vol. XVIII, n. 231), 1934.

ID. — *The logic of inductive inference : With discussion.* (Estr. « Journal of the Royal Society », Vol. XCVIII, Part I), 1935.

FISHER R A. and YATES F. — *The* 6×6 *latin squares.* (Estr. « Proceedings of the Cambridge Philosophical Society », Vol. XXX, Part 4), Cambridge, 1934.

FLUX A. W. — *The measurement of price changes : retrospect and prospect.* (Estr. « Journal of the Royal Statistical Society », Vol. XCVI, Part IV), 1933.

ID — *Industrial productivity in Great Britain and the United States.* (Estr. « The Quarterly Journal of Economics », Vol. XLVIII), Copenhagen, 1933.

FOX W. — *Report on the wages and earnings of agricultural labourers in the United Kingdom with statistical tables and charts.* London, 1900.

ID. — *Second report on the wages earnings and conditions of employment of agricultural labourers in the United Kingdom with statistical tables and charts.* London, 1905.

FRANKEL E. — *Social statistics and research in the welfare field.* (Estr. « The Social Service Review », Vol. VIII, n. 4), 1934.

FRETS G. P. — *Eugenics and education.* (Estr. « A Decade of Progress in Eugenics, Scientific Papers of the Third International Congress of Eugenics, 1932).

ID. — *Heredity in Psychoses.* (Ibidem).

FRISCH R. — *Statistical confluence analysis by means of complete regression systems.* Oslo, 1934.

FULLER B. — *Studies of indian life and sentiment.* London, 1910.

GAFAFER W. M. — *Kenelm Digby, seventeenth century psychotherapist.* (Estr. « Human Biology », Vol. 5, n. 3), Baltimore, 1933.

ID. — *John Forbe's british and foreign medical review* (1836-1847) *and its relation to medical statistics.* (Ibidem, December, 1934).

ID. — *Bibliographical biography of Peter Ludvig Panum* (1820-1885), *epidemiologist and physiologist.* (Estr. « Bulletin of the Institute of the History of Medicine », Vol. II, n. 4, June, 1934).

GAYSTER A., KRAVAL I. A., RONIN S. L. and OBOLENSKY-OSSINSKY V. V — *Social Economic planning in the Union of Soviet Socialist Republics.* New York, 1931.

GIFFEN R. — *The progress of the working classes in the last half century.* London, 1884.

ID. — *The case against bimetallism.* London, 1892.

GOOCH M. — *An analysis of the time change in milk production in individual lactations.* (Estr. « Journal of Agricultural Science, January, 1935), Cambridge.

GOVERNMENT OF HEALTH OF PALESTINE. — *Annual Report for the year* 1933. Jerusalem, s. d.

GOVERNMENT OF NORTHERN IRELAND. — *The registrar general's review of vital statistics of Northern Ireland and life tables* (1926). Belfast, 1931.

GOVER M., REED L. L. and COLLINS S. D. — *Time distribution of common colds and its relation to corresponding weather conditions.* Washington, 1934.

GOWEN J. W. — *Genetic criteria of breeding worth in dairy sires.* (Estr. « The International Dairy Congress », 1931, 1st session), Copenhagen, 1931.

ID. — *On the genetic constitution of Jersey cattle as influenced by inheritance and environment.* (Estr. « Genetics », September, 1933).

GOWEN J. W. and SCHOTT R. G. — *Genetic predisposition to bacillus piliformis infection among mice.* (Estr. « Journal of Hygiene », August, 1933).

GRATTAN DOYLE H. — *The importance of the study of the italian language.* (Estr. « Casa Italiana Educational Bureau, Bulletin », n. 5), New York, s. d.

GRAVES W. W. — *Observations on age changes in the scapula :* A preliminary note. (Estr. « American Journal of Physical Anthropology », Vol. V, n. 1), 1922.

GRENWOOD A. — *The health and physique of school children.* London, 1913.

GRENWOOD M. — *The statistical aspects of the problem of national nutrition.* (XXII Session de l'Institut International de Statistique, Londres). La Haye, 1934.

GREGORY J. W. and others. — *From meteorite to man : the evolution of the earth.* London, 1930.

GRIMKÉ A. E. — *Slavery in America : A reprint of an appeal to the christian women of the slave states of America.* Edinburg, 1837.

HAIDER C. — *The meaning and signifiance of fascism.* (Estr. « Political Science Quarterly », Vol. XLVIII, n. 4), New York, 1933.

HAMBLOCH E. — *Report of the economic and financial conditions in Brazil :* 1925-1926. London, 1925-27.

HAMILTON C. H. — *Rural urban migration in North Carolina.* (Estr. « The Agricultural Experiment Station, Bulletin », n. 295), 1934.

HARMAJA L. — *Effects of the war on economic and social life in Finland.* New Haven, 1933.

HARPER R. M. — *Statistical differences between castes in India.* (Estr. « Eugenical News », Vol. XIX, n. 5), 1934.

ID. — *Some factors influencing sex ratios in the human race.* (Estr. « Journal of Alabama Academy of Science, Vol. VI), 1935.

ID. — *Civilization of sand mountain, Alabama.* (Estr. « Eugenical News », Vol. XIX, July-August, 1935).

ID. — *Present conditions in Germany.* Alabama, 1935.

HEDRICH A. W. — *The need of an index statisticus.* (Estr. « American Journal of Public Health », Vol. XXIII, n. 11), New York, 1933.

ID. — *Safeguards in the publicity use of vital statistics.* (Ibidem, Vol. XXIV, n. 4), New York, 1934.

HENDERSON A. — *Labour's foreign policy.* London, 1933.

ID. — *Foundations for the world's new age of plenty.* London, 1933.

HENZEL T. — *The central african pygmies.* Léopol, 1934.

HILL J. A. — *The census of distribution in the United States.* (XXI Session de l'Institut International de Statistique, Mexico), Mexico, 1933.

HIMES N. E. — *The vital revolution.* (Estr. « Survey Graphic », April, 1935).

HIS MAJESTY'S STATIONERY OFFICE. — *Statistical abstract for the several British Oversea Dominions and Protectorates in each year from* 1907 *to* 1921. London, 1924.

ID. — *Statistical abstract for the United Kingdom :* 1895 *to* 1909, 1912 *to* 1926, 1913 *and* 1915 *to* 1928. (3 voll.), London 1910-1928-1930.

ID. — *Statistical abstract for the British Empire for each of the years* 1913 *and* 1924 *to* 1929 *and* 1924 *to* 1930 (2 voll.). London, 1931-1932.

ID. — *The ulster year book* 1932. Belfast, 1932.

ID. — *Report by His Britannic Majesty's Government to the Council of the League of Nations on the Administration of Palestine and TransJordan for the years* 1927, 1929, 1931, 1932. (4. voll.). London, 1928-30-32-33.

ID. — *Report by His Majesty's Government in the United Kingdom of Great Britain and Northern Ireland to the Council of the League of Nations on the Administration of the Camerooms under British mandate for the years* 1929, 1931 *and* 1932. (3 voll.). London 1930-33.

HOBSON J. A. — *The evolution of modern capitalism : A study of machine production.* London, 1894.

HOFFMANN F. — *The suicide record for* 1933. (Estr. « The Spectator », July, 1934).

HOFFMANN F. L. — *Cancer statistics of the Republic of Mexico :* 1922-30. (XXI Session de l'Institut International de Statistique, Mexico), Mexico, 1933.

ID. — *San Francisco cancer survey - Ninth and final report.* Newark, 1934.

HOWLETT F. S. — *Self and cross pollination studies of apple varieties, particularly Rome beauty and Gallia beauty.* (Estr. « Journal of Agricultural Research », Vol. 47, n. 7), Washington, 1933.

HUMPREY A. W. — *International socialism and the war.* London, 1915.

HUNT H. and MIXTER R. — *Anemia in the flexed tailed mouse, mus musculus.* (Estr. « Genetics », July, 1933).

HUNT H., PERMAR D. and MIXTER R. — *Flexed in the mouse, mus musculus.* (Ibidem).

INSLEY J. K. — *Forty-second annual report of Labor and Statistics of Maryland* 1933. Baltimore, s. d.

ID. — *Forty-third annual report of the Commissioner of Labor and Statistics of Maryland* 1934. Baltimore, s. d.

INTERNATIONAL BUREAU OF THE AMERICAN REPUBLICS. — *Bolivia : Geographical sketch, natural resources, economic conditions, actual development, prospects of future growth.* 1904. Washington, 1904.

INSTITUTE FOR SOCIAL SCIENCES OF STOCKHOLM UNIVERSITY. — *Wage, cost of living and national income in Sweden :* 1860-1930. London, 1935.

IRVING S. G. — *Financial, commercial and economic conditions in Brazil :* 1928. London, 1929.

IRWIN J. O. — *Independence of the constituent items in the analysis of variance.* (Estr. « Supplement to the Journal of the Royal Statistical Society », Vol. I, n. 2), 1934.

ID. — *Recent advances in mathematical statistics* (1932). (Estr. « The Journal of the Royal Statistical Society », Vol. XCVII, Part I), London, 1934.

ID. — *Statistical methods in psychology : The present position of the theory of two factors.* (XXII Session de l'Institut International de Statistique, Londres), La Haye, 1934.

ID. — *Recent advances in mathematical statistics.* (Estr. « Journal of the Royal Statistical Society », Vol. XCVIII, Part. I, London, 1935.

IRWIN J. O., MACBLEMONT J. and MATTICK A. I. R. — *The plate count of milk.* (Estr. « The Journal of Dairy Research », Vol. VI, n. 2), Cambridge, 1935.

ISSERLIS L. — *Classification of steam and motor shipping owned in the United Kingdom.* (XXII Session de l'Institut International de Statistique, Londres), La Haye, 1934.

JAFFIN G. H. — *Prologue to nomostatistics.* (Estr. « Columbia Law Review », Vol. XXXV, n. 1), New York, 1935.

JAMES W. — *Human immortality : Two supposed objections to the doctrine.* Boston, 1898.

Jenss R. M.— *Age variations of systolic blood pressure in United States army officers.* (Estr. « American Journal of Hygiene », November, 1934).

Johnson E. A. — *Bulletins and articles published by Bureau of Labor Statistics : A selected list of references.* Washington, 1935.

Jones D. F. — *Dioecious Maize.* (Estr. « Science », Vol. 73, n. 1894), 1931.

Id. — *The similarity between fasciations in plants and tumors in animals and their genetic basis.* (Ibidem, Vol. 81, n. 2090), 1934.

Id. — *Somatic segregation due to Hemizygous and missing genes and its bearing on the problem of atypical growth.* (Estr. « Proceedings of the National Academy of Science », Vol. 21, n. 2), 1935.

Jones D. F. and Huntington E. — *The adaptation of corn to climate.* (Estr. « Journal of the American Society of Agronomy », Vol. 27, n. 4), 1935.

Jones D. F., Singleton W. R. and Curtis L. C. — *The correlation between tillering and productiveness in sweet corn crosses.* (Ibidem, Vol. 27, n. 2), 1935.

Jones D. T., Duncan J. F., Conacher H. M. and Scott W. R. — *Rural Scotland during the war.* New Haven, 1926.

Jordan C. — *Interpolation without printed differences, in the case of two or three independent variables.* (Estr. « Journal of the London Mathematical Society », Vol. 8, Part 3), 1933.

Id. — *On Stirling's numbers.* (Estr. « The Tôhoku Mathematical Journal », Vol. 37), Sendai, 1933.

Joslyn C. S. and Taussig F. W. — *American business leaders.* New York, 1932.

Kendall M. and Rowntree B. S. — *How the labourer live : A study of the rural labour problem.* London, s. d.

Kerr R. B. — *Is Britain over-populated ?* London, 1927.

Keyes J. E. L. — *Observation on four thousand optic foramina in human skulls of known origin.* (Estr. « Archives of Ophthalmology », Vol. 13), Chicago, 1935.

Knibbs G. H. — *The private wealth of Australia and its growth as ascertained by various methods together with a report of the war census of* 1915. Melbourne, s. d.

Kohn S. — *The cost of the war to Russia.* New Haven, 1932.

Krichewsky S. — *A method of curve fitting.* Cairo, 1933.

Kuczynski R. R. — *British demographers opinion on fertility* 1660-1760. (Estr. « Annals of Eugenics », Vol. VI, Part II), Cambridge, s. d.

Labour Office Government of Bombay. — *General wage census.* Part I : *Perennial factories.* Bombay, 1935.

Laughlin H. H. — *The general formula of Heredity.* (Estr. « Proceedings of the National Academy of Sciences », Vol. 19, n. 8), 1933.

League of Nations. — *Financial position of Austria in the third and fourth quarter of* 1933. Genève, 30/12/33, 15/2/1934.

Id. — *Idem for the first, second, third and fourth quarter of* 1934. Genève, 25/4/1934, 17/7/1934, 12/11/1934, 29/12/1934.

Id. — *Idem for the first, second and third quarter of* 1935. Genève, 18/4/1935, 26/7/1935, 31/10/1935.

League of Nations. — *Financial position of Hungary in the third and fourth quarter of* 1933. Genève, 8/11/1933, 30/12/1933.

Id. — *Idem for the first, second, third and fourth quarter of* 1934. Genève, 25/4/1934, 5/8/1934, 13/10/1934, 29/12/1934.

Id. — *Idem for the first, second and third quarter of* 1935. Genève, 18/4/1935, 13/7/1935, 30/10/1935.

Lee I. — *The problem of international propaganda.* 1934.

Lepawsky A. — *The judicial system of metropolitan Chicago.* Chicago, 1932.

Lepawsky A., Parratt S. D. and Merriam C. E. — *The government of the metropolitan region of Chicago.* Chicago, 1933.

Lieu D. K. — *The silk reeling industry in Shanghai.* Shanghai, 1933.

Lomax J. G. — *Economic conditions in Brazil :* 1930. London, 1931.

Lorge I. — *American agricultural villages :* 1930 - *An analysis of census data.* New York, 1933.

Lotka A. J. — *Contribution to the mathematical theory of capture - I : Conditions for capture.* (Estr. « Proceedings of the National Academy of Sciences », Vol. 18, n. 2), New York, 1932.

Id. — *The growth of mixed population: two species competing for a common food supply.* (Estr. « Journal of the Washington Academy of Sciences », Vol. 22, n. 16-17), New York, 1933.

Id. — *Industrial replacement.* (Estr. « Skandinavisk Aktuarietidschrift »), Uppsala, 1933.

Loveday A. — *Geneva as a centre of economic information.* (Estr. « Svenska Handelsbanken's Index », Vol. IX, n. 105), Stockholm, 1934.

Malthus T. R. — *An essay on the principle of population.* London, 1878.

Manchester Statistical Society. — *Sessions* 1930-31, 1931-32, 1932-33, 1933-34. Manchester.

Mariotti A. — *Touring in Italy*, Roma, 1933.

Maurice and Laura Falk Foundation. — *America's capacity to produce and America's capacity to consume.* Pittsburgh, 1934.

Mayo-Smith R. — *Statistics and economics.* New York, 1899.

McClintack E. — *On the effects of selection.* New York, 1892.

Medical Research Council. — *The chemistry of flesh foods and their losses on cooking.* London, 1933.

Id. — *Tuberculous infection in Milk : A report by the Department of Health for Scotland*, London, 1933.

Id. — *Diet and the teeth : An experimental study.* Part III : *The effect of diet on dental structure and desease.* London, 1934.

Id. — *Dissecting aneurysms.* London, 1934.

Id. — *Housing conditions and respiratory desease - Morbidity in a poor-class quarter and in a rehousing area in Glasgow.* London, 1934.

Id. — *Medical uses of radium : Summary of reports from research centres for* 1933. London, 1934.

Id. — *Idem for* 1934.

Id. — *The inheritance of resistance to bacterial infection in animal species.* London, 1934.

Id. — *Characteristics of dichromatic vision - With an appendix on anomalous trichromatic vision.* London, 1935.

MEDICAL RESEARCH COUNCIL. — *Physical methods for the estimation of the dust hazard in industry*. London, 1935.

ID. — *The bacteriological grading of milk*. London, 1935.

ID. — *The determination of jodine in biological substances*. London, 1935.

ID. — *The pathogenic aerobic organism of the actinomyces group*. London, 1935.

ID. — *The source of infection in puerperal fever due to haemolytic streptococci*. London, 1935.

ID. — *The standardisation and estimation of vitamin*. London, 1935.

MERRELL M. — *On certain relationship between β_1 and β_2 for the point binomial*. (Estr. « The Annals of Mathematical Statistics »), Ann Arbor, 1933.

METROPOLITAN LIFE INSURANCE COMPANY. — *The mortality from cancer : A study of the experience among the industrial policyholders of the Metropolitan Life Insurance Company* 1911 *to* 1930. New York, s. d.

ID. — *The mortality from tuberculosis*. New York, 1935.

MILICER-GRUZEWSKA H. — *The precision of the weighted average*. (Estr. « Annals of Mathematical Statistics »), Ann Arbor, 1933.

MITCHELL W. C. — *National Bureau of Economic Research incorporated*. 1933-34.

ID. — *The international pattern in business cycles*. (XXII Session de l'Institut International de Statistique, Londres), La Haye, 1934.

MJOEN J. A. — *Genius and criminal as a biological problem*. Uppsala, 1931.

MORGAN RESEARCH COUNCIL. — *Determination of the sensitiveness of the eye to differences in the saturation of colours*. London, 1933.

MOULIK M. — *The insurance and finance year book and directory*. Calcutta, 1934.

MOULTON H. G. — *Economic progress without economic revolution*. (Estr. « Fortune », Vol. XII, n. 5), 1935.

NATIONAL BUREAU OF ECONOMIC RESEARCH. — *Annual report of the Director of Research :* 1934-35. New York, 1935.

NETHERLANDS - INDIA. — *Census of* 1930 *in Netherlands India*. Batavia, 1933.

ID. — *Indian report* 1933. - *II. Statistical abstract for n.* 1. Batavia, 1933.

ID. — *Netherlands Indian report year* 1934. - *II. Statistical abstract for the year* 1933. Batavia, 1934.

ID. — *Census of* 1930 *in the Netherlands India*. Vol. IV : *Native population in Sumatra*. Batavia, 1935.

ID. — *Netherlands Indian Report* 1935. - *II. Statistical abstract for the year* 1934. Batavia, 1935.

NEWSHOLME A. — *International studies*. London, 1931.

NORMAN WAIT HARRIS MEMORIAL FOUNDATION. — *An American foreign policy. Toward international stability*. Chicago, s. d.

NOTESTEIN F. W. and SYDENSTRICKER E. — *Some recent studies on differential fertility in the United States*. (XXII Session de l'Institut International de Statistique, Londres), La Haye, 1934.

ODUM H. W. — *Social and mental traits of the negro*. New York, 1910.

ORCHARD D. J. and MAY G. — *Moneylending in Great Britain*. New York, 1933.

PALMER C. E. — *Variation of growth in weight of elementary school children* 1921-28. (Estr. « Public Health Reports », Vol. 48, n. 33), Washington, 1933.

ID. — *Temporal cycles of growth.* (Estr. « School Physicians' Bulletin », Vol. 3), 1933.

ID. — *Growth and the economic depression : A study of the weight of elementary school children in* 1921-27 *and in* 1933. (Estr. « Public Health Reports », Vol. 48, n. 42), Washington, 1934.

ID. — *Note on the statistical signifiance of the difference of two series of comparable means.* (Estr. « Human Biology », Vol. 6, n. 2), Baltimore, 1934.

ID. — *Age changes in the physical resemblance of siblings.* (Estr. « Child Development », December, 1934).

ID. — *Further studies in growth and the economic depression.* Washington, 1935.

PARR L. W. — *Taste blindness and race.* (Estr. « Journal of Heredity », Vol. XXV, n. 5), Washington, 1934.

PEARL R. — *On the frequency of the use of contraceptive methods and their effectiveness as used by a sample of american women.* (XXI Session de l'Institut International de Statistique, Mexico), Mexico, 1933.

PEARSON E. S. — *Sampling problems in industry.*

PENROSE E. F. — *Food supply and raw materials in Japan.* Chicago, 1929.

ID. — *Mental defect.* London, 1933.

PETTY W. — *Essays on mankind and political arithmetic.* London, 1888.

PRIBRAM K. — *Equilibrium concept and business cycle statistics.* (XXII Session de l'Institut International de Statistique, Londres), La Haye, 1934.

PRZYBOROWSKI J. and WILENSKI H. — *On the use of correlation between yeld and others measurable characters of Single Plots in reducing results of Field Experiments.* (Estr. « Roczniki Nauk Rolniczych i Lesnych », Tom XXXIV), Poznań, 1935.

ID. — *Statistical principles of routine work in testing clover seed for dodder.* (Estr. « Biometrika », Vol. XXVII, Parts III-IV), Cambridge, 1935.

RASIN A. — *Financial policy of Czecoslovakia during the first year of its history.* Oxford, 1923.

REPORT *of an enquiry by the Board of Trade into the earnings and hours of labour of work people of the United Kingdom.* London, 1909-13.

REPORT *of an enquiry by the Board of Trade into working class rents and retail prices together with the rates of wages in certain occupations in industrial towns of the United Kingdom in* 1912. London, 1913.

REPORT *of an enquiry into working class family budgets in Bombay City.* Bombay, 1935.

RESEARCH COMMITTEE ON SOCIAL TRENDS. — *A review of findings.* New York, s. d.

RICCIO P. M. — *Why English speaking people should study Italian.* (« Casa Italiana - Educational Bureau », pamphlet n. 2), New York, s. d.

RICHMOND W. — *Economic morals : Four lectures.* London, 1890.

RIDDLE O. — *Differentiating some functions of the anterior pituitary hormones.* (Estr. « Annals of International Medicine », Vol. 7, n. 1), New York, 1933.

ID. — *Aspects and implications of the hormonal control of the maternal instinct.* (Estr. « Proceedings of the American Philosophical Society », Vol. LXXV, n. 6), 1935.

ID. — *Contemplating the hormones.* (Estr. « Endocrinology »), Los Angeles, 1935.

RIDDLE O. AND SCHOOLEY J. P. — *Absence of follicle stimulating hormone in pituitaries of young pigeons.* (Estr. « Proceedings of the Society for Experimental Biology and Medicine »), 1935.

RIDER P. R. — *Recent progress in statistical method.* (Estr. « Journal of the American Statistical Association »), 1935.

RITCHIC D. G. — *The principles of state interference.* London, 1891.

ROOSEVELT T. — *The stremous life. Essays and addresses.* London, 1902.

ROTHBERG S. and WIENER A. S. — *Heredity of the subgroup of group A and group AB.* (Estr. « Human Biology », Vol. V, n. 4), 1933.

ROYAL STATISTICAL SOCIETY. — *Annals of the Royal Statistical Society : 1834-1934.* London, 1934.

ID. — *Idem* 1935-36. London, 1935.

RUSSEL G. W. E. — *Afterthoughts.* London, 1912.

RUSSEL H. — *The ruin of the Sudan.* London, 1892.

SALEEBY C. W. — *Ethics.* London, s. d.

SANDERS J. — *Inheritance of harelip and cleft palate.* (Estr. « Genetica », XV-1934).

SANDERS H. G. and WISHART J. — *Principles and practice of field experimentation.* London, 1935.

SARKAR B. K. — *The societal transformations and economic rejuvenations of to-day.* (Estr. « The Insurance and Finance Review »), Calcutta, 1933.

ID. — *The technique and finance of health insurance.* (Estr. « Journal of the I. M. Association »), Calcutta, 1933.

ID. — *The rupee not over-valued.* Calcutta, 1933.

ID. — *Indian currency and reserve bank problems* (1926-33). Calcutta, 1933.

ID. — *Trade balance and public finance : the experience of fascist Italy.* (Estr. « Calcutta Review »), Calcutta, 1935.

SCHACHT H. — *New colonial policy.* Berlin, 1926.

SCHULTZ H. — *Interrelations of demand, price and income.* (Estr. « Journal of Political Economy », Vol. XLIII, n. 4), Chicago, s. d.

SCHUSTER E. M. A. — *The promise of youth and the performance of manhood.* (University of London - Eugenics Laboratory - Memoirs III), London, 1907.

SCOTT E. J. — *Negro migration during the war.* Oxford, 1920.

SHEDD W. B. — *Italian population in New York.* (Casa Italiana, Educational Bureau, Bulletin n. 7), New York, s. d.

SHEWHART W. A. — *Annual survey of statistical technique : sampling theory.* (Estr. « Econometrica », Vol. I), New York, 1933.

ID. — *Some aspects of quality control.* (Estr. « Mechanical Engineering », Vol. 56), 1934.

SHOROHOVA A. A. — *The method of studying of human fertility.* Taskent, 1935.

SHORTT A. — *Early economic effects of the european war upon Canada.* New York, 1918.

SIPOS A. — *Practical application of Jordan's method for trend measurement.* Budapest, 1930.

SMITHSONIAN INSTITUTION. — *Annual report of the Board of the Smithsonian Institution showing the operations, expenditures and condition of the Institution for the year ending June 30, 1932.* Washington, 1933.

ID. — *Annual report of the Board of regents of the Smithsonian Institution : 1933.* Washington, 1935.

ID. — *Idem 1934.* Washington, 1935.

SMYTH W. H. — *Technocracy : First and second series.*

SNYDER C. — *The debt theory of depressions.* (XXII Session de l'Institut International de Statistique, Londres), La Haye, 1934.

SOCIAL SCIENCE RESEARCH COUNCIL. — *Research in farm labor : Scope and method.* New York, 1933.

STAEHLE H. — *The reaction of consumers to changes in prices and income.* Geneva, s. d.

ID. — *Annual survey of statistical information : family budgets.* (Estr. « Econometrica », Vol. 2, n. 1 and. Vol. 3, n. 1), Colorado Springs, 1935.

STAMP J. — *The relation of finance to rationalisation.* London, 1932.

STARCHE C. N. — *Laws of social evolution and social ideals.* Copenhagen, 1932.

STEADMANN R. F. — *Public health organization in the Chicago region.* Chicago, 1930.

STEIN L. — *Memorandum on the Report of the Commission on the Palestine disturbances.* London, 1930.

STEWART A. M. and STEWART B. M. — *Statistical procedure of public employment offices.* New York, 1933.

SUBRAMANIAN S. — *On « The Centre of Population ».* (Estr. « The Journal of the Annamalai University », Vol. III, n. 1), Annamalai, s. d.

STUART A. C. — *Growth and development in Children.* New York, 1934

TANDY E. C. — *Comparability of maternal mortality rates in the United States and certain foreign countries.* Washington, 1935.

TAYLOR A. E. — *The new deal and foreign trade.* New York, 1935.

TAYLOR P. S. — *Note on age at time of marriage in two mexican localities in divergent types.* (Estr. « Journal of the American Statistical Association »), 1932.

THOMPSON W. S. — *Future population trends and their significance for health work.* 1934.

ID. — *Population policy and child welfare.* (Estr. « The Children's Home Record »), 1934.

ID. — *Movements of population.* (Estr. « The American Journal of Sociology », Vol. XL, n. 6), 1935.

ID. — *Population and social planning : Factors conditioning a population policy for the United States.* (Estr. « Publication of the American Sociological Society », Vol. XXIX, n. 3), 1935.

THOMPSON W. S. and WHELPTON P. K. — *Estimates of future population of States, by urban, rural-nonfarm, and rural-farm areas and by five-year age periods and time intervals* 1935 *to* 1960.

TIMOFEEFF-RESSOVSKY N. W. — *Mutation of the gene in different directions.* (Estr. « Proceedings of the sixth International Congress of Genetics », Vol. 1), 1932.

TIMOSHENKO V. P. — *World agriculture and the depression.* (Estr. « Michigan Business Studies », Vol. V, n. 5), Ann Arbor, 1933.

TINTNER G. — *Prices in the trade cycle.* Wien, 1935.

TODD T. W. — *Cranial capacity and linear dimensions in white and negro.* (Estr. « American Journal of Physical Anthropology », Vol. VI, n. 2), 1923.

ID. — *Thickness of the male white cranium.* (Estr. « The Anatomical Record », Vol. 27, n. 5), 1924.

ID. — *The reliability of measurements based upon subcutaneous bony points.* (Estr. « American Journal of Physical Anthropology »), 1925.

ID. — *The comparison of auricolar height determinations.* (Estr. « Journal of Anatomy », Vol. LIX, Part IV), 1925.

ID. — *The nature of mummification and maceration. - II. Female and negro skull.* (Ibidem, Vol. LX, Part III), 1926.

ID. — *Anthropology and negro slavery.* (Estr. « Medical Life »), 1929.

ID. — *Age changes in the pubic bone. VIII. Rentgenographic differentiation.* (Estr. « American Journal of Physical Anthropology », Vol. XIV, n. 2), 1930.

ID. — *Age changes in the pubic symphysis - VII. The anthropoid straim in human pubic symphysis of the third decade.* (Estr. « Journal of Anatomy », Vol. LVII, Part 3), Cambridge, 1933.

TODD T. W. and LINDALA A. — *Thickness of the subcutaneous tissues in the living and the dead.* (Estr. « The American Journal of Anatomy », Vol. 41, n. 2), 1928.

TODD T. W. and LYON D. W. *Endocranial suture closure : its progress and age relationship. - I. Adult males of white stock.* (Estr. « American Journal of Physical Anthropology »), 1924.

ID. — *Cranial suture closure : its progress and age relationship. - III. Endocranial closure in adult males of negro stock.* (Ibidem), 1925.

ID. — *Suture closure : its progress and age relationship. - IV. Endocranial closure in adult males of negro stock.* (Ibidem), 1925.

TUCKER R. S. — *Gold, prices and prosperity : no statistical basis for the commodity dollar.* (Estr. « The Annalist »), New York, 1933.

UNION TRUSTEE COMPANY OF AUSTRALIA LTD. — 49th *Annual report.* Victoria, 1934.

UNITED STATES - BUREAU OF LABOR STATISTICS. — *Decisions of courts and opinions affecting labor* 1931 *and* 1932. Washington, 1933.

ID. — *Labor productivity in the automobile tire industry.* Washington, 1933.

ID. — *Laws relating to employment agencies in the United States as of January* 1, 1933, Washington, 1933.

ID. — *Laws relating to prison labor in the United States as of July* 1, 1933. Washington, 1933.

UNITED STATES - BUREAU OF LABOR STATISTICS. — *Occupation hazards and dignostics signs : A guide to impaiments to be looked for in hazardous occupations.* Washington, 1933.

ID. — *Prison labor in United States :* 1932. Washington, 1933.

ID. — *Proceedings of the* 19th *annual meeting of the International Association of industrial accident boards and commissions.* Washington, 1933.

ID. — *Technical charges and employment in the electric-lamp industry.* Washington, 1933.

ID. — *Wages and hours of labor in ryon and other synthetic yarn manifacturing:* 1932. Washington, 1933.

ID. — *Wages and hours of Labor in the bakery industry-bread and cake departments :* 1931. Washington, 1933.

ID. — *Wages and hours of labor in the dyeing and finishing of textiles :* 1932. Washington, 1933.

ID. — *Wages and hours of labor in the hosiery and underwear industries :* 1932. Washington, 1933.

ID. — *Wages and hours of labor in the leather industry :* 1932. Washington 1933.

ID. — *Wages and hours of labor in the lumber industry in the United States :* 1933. Washington, 1933.

ID. — *Wages and hours of labor in the men's clothing industry :* 1932. Washington, 1933.

ID. — *Wages and hours of labor in woolen and worsted goods manifacturing :* 1932. Washington, 1933.

ID. — *Discussions of Industrial accidents and Diseases.* Washington, 1934.

ID. — *Laws relating to prison labor in the United States enacted in* 1933 *and* 1934. Washington, 1934.

ID. — *Maternal mortality in fifteen States.* Washington, 1934.

ID. — *Occupational-disease legislation in the United States.* Washington, 1934.

ID. — *Organization and management of customers' cooperative associations and clubs.* Washington, 1934.

ID. — *Organization and management of cooperative gasoline and oil associations.* (2 voll.), Washington, 1934.

ID. — *Proceedings of the national conference for labor legislation.* Washington, 1934.

ID. — *Public old-age pension legislation of the United States as of June* 1, 1934. Washington, 1934.

ID. — *Union Scales of Wages and hours of labor.* Washington, 1934.

ID. — *Wages and hours of labor in bituminous-coal mining :* 1933. Washington, 1934.

ID. — *Revised indexes of factory employment and pay rolls* 1914 *to* 1933. Washington, 1935.

ID. — *Unemployment insurance and reserves in the United States.* Washington, 1935.

UNITED STATES - CENTRAL STATISTICAL BOARD. — *First annual report of the Central Statistical Board. Year ended December* 31, 1934. Washington, 1935.

United States - Department of Agriculture — *Economic and social problems and conditions of the southern applications.* Washington, 1935.

United States - Department of Commerce - Bureau of the Census. — 15th *Census of the United States :* 1930. Vol. IV : *Agriculture.* Washington, 1932.

Id. — 15th *Census of the United States :* 1930 - *Metropolitan districts : population and area.* Washington, 1932.

Id. — *Cotton production in the United States - Crop of* 1932. Washington, 1933.

Id. — 15th *Census of the United States :* 1930. Vol. II : *Population.* Washington, 1933.

Id. — *Introduction to the vital statistics of the United States,* 1900 *to* 1930. Washington, 1933.

Id. — *Cotton production and distribution season of* 1932-33. Washington, 1934.

Id. — *Idem* 1933-34. Washington, 1934.

Id. — *Cotton production in the United States - Crop of* 1933. Washington, 1934.

Id. — *Telephones and telegraphs :* 1932. Washington, 1934.

Id. — *Topical index of population census reports :* 1900-1910. Washington, 1934.

Id. — *Cotton production in the United States.* Washington, 1935.

Id. — *Types of families in the United States.* Washington, 1935.

Vaisberg M. and Wiener A. S. — *Heredity of the agglutinogeous M and N of Landsteiner and Levine.* (Estr. « The Journal of Immunology », Vol. XX, n. 5). 1931.

Valk W. L. — *Abstract in the English language from : Diagnosis and therapeutics of excessive economic fluctuation.* The Hague, 1935.

Wallis W. D. — *Anatomic leg.* (Estr. « Human Biology », Vol. 6, n. 3), 1934.

Id. — *Human recapitulation.* (Estr. « The Scientific Monthly »), 1934.

Warming J. — *Application of the marginal principle in analyzing the farm-business.* (Estr. « Journal of Farm Economics », Vol. XIII, n. 4), 1931.

Webb S. — *The history of trade unionism.* London, 1930.

Id. — *The wages of men and women should they be equal ?* London, s. d.

Weismann A. — *Essays upon heredity and kindred biological problems.* Oxford, 1889.

Whelpton P. K. — *Jowa's population prospect.* (Estr. « Research Bulletin », n. 177, Agricultural Experiment Station, Jowa State College of Agricultural and Mechanic Arts), 1934.

Id. — *On the rapidity of the decline in the birth rate.* (Estr. « Journal of the American Statistical Association »), 1934.

Id. — *Population growth and agriculture : The population prospect.* (Estr. « Proceedings of the Third International Conference of Agricultural Economists »), Oxford, 1934.

WHELPTON P. K. — *The completeness of birth registration in the United States.* (Estr. « Journal of the American Statistical Association »), 1934.
WHEWEL W. — *History of the inductives sciences* (3 voll.), London, 1857.
WICKSELL S. D. — *Analytical Theory of regression.* Lund, 1934.
WIENER A. S. — *Determination of paternity by blood group.* (Estr. « American Journal of the Medical Sciences », Vol. CLXXI, n. 5), 1931.
ID. — *Heredity of the agglutinogeus M and N of Landsteiner and Levine. II. Theoretico-statistical considerations.* (Estr. « Journal of Immuno logy », Vol. XXI, n. 2), 1931.
ID. — *Individuality of the blood in higher animals.* (Estr. « Journal of Genetics », Vol. XXIX, n. 1), Cambridge, 1934.
WILLCOX W. F. — *Progress in vital statistics of the republic of Mexico* 1922-30. (XXI Session de l'Institut International de Statistique, Mexico), Mexico, 1933.
WILLIS T. A. — *The thoracicolumbar column in white and negro stock.* (Estr. « The Anatomical Record », Vol. 26, n. 1), 1923.
WINSLER P. G. — *On a breeding statistical problem of economic importance.* (Estr. « Nordic Statistical Journal », Vol. 4).
WINTERBOTTON T. — *A letter to Isaac Tomkins and Peter Jenkins on primogeniture.* London, 1835.
WISHART J. — *Bibliography of agricultural statistics.* (Estr. « Journal of the Royal Statistical Society », Vol. I, n. 1), 1934.
ID. — *Field experimentation : The modern technique.* (Estr. « Agricultural Progress », Vol. XI), 1934.
ID. — *Statistics in agricultural research.* (Estr. « Journal of the Royal Statistical Society », Vol. I, n. 1), 1934.
WISNIEWSKI J. K. — *Extension of Fisher's formula number* 353 *to three or more variables.* (Estr. « Journal of the American Statistical Association »), 1931.
ID. — *Interdipendence of cyclical and seasonal variation.* (Estr. « Econometrica », Vol. 2, n. 2), Colorado Springs, 1934.
WOLD H. — *Sheppard's correction formulae in several variables.* (Estr. « Skandinavisk Aktuarietidskrift »), Uppsala, 1934.
WOODHEARD H. G. W. — *A visit to Manchukuo.* Shanghai, s. d.
WRIGHT S. — *Order of birth and intelligence.* (Estr. « Journal of Heredity », Vol. XXIV), Washington, 1933.
ID. — *Statistical contradictions.* (Ibidem), Washington, 1933.

AEREBOE F. — *Der einfluss des Krieges auf die Landwirtschaftliche produktion in Deutschland.* New Haven, 1927.
ALBRECHT G. und ZWIEDINECK-SÜDENHORST O. — *Geleitwort.* (Estr. « Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik », Band 140). Jena, 1934.
ANDERSON O. — *Zur Problematik der empirisch-statistischen Konjunkturforschung. Kritische Betrachtung der Harvard Methoden.* Bonn, 1929,
BEHRENS W. U. — *Mathematische Methoden für Versuchsansteller.* Stuttgart, 1933.
BERNSTEIN F. — *Beiträge zur mendelistischen Anthropologie.*

Bortkiewicz L. — *Zur Verteilung des Gesetzen der kleinen Zahlen.* (Estr. « Jahrbüchern für Nationalökonomie und Statistik »), Jena, s. d.

Büchner O. — *Die deutsche Staedtestatistik nach dem Kriege.* (XXII Session de l'Institut International de Statistique, Londres), La Haye, 1934.

Buday L. — *Hinterblieben Schriften.* Budapest, 1935.

Bundesamt für Statistik. — *Statistisches Handbuch für die Republik Österreich. XIV Jahrgang.* Wien, 1934.

Id. — *Statistisches Handbuch für den Bundesstaat Österreich. XV Jahrgang.* Wien, 1935.

Bureau der Schweizerischen Nationalbank. — *Das schweizerische Bankwesen im Jahre* 1933. Zürich, 1934.

Burgdörfer F. — *Bevölkerungsentwicklung in abendländischen Kulturkreis mit besonderer Berücksichtigung Deutschlands.* Berlin, s. d.

Cramer H. — *Über die Vorausberechnung der Bevölkerungsentwicklung in Schweden* (Estr. « Skandinavisk Aktuarietidskrift »), Uppsala, 1935.

Delbrück M., Zimmer K. G. und Timofeeff-Ressovsky N. W. — *Über die Natur der Genmutation und der Genstruktur.* Berlin, 1935.

Diechl K. — *Erbuntersuchungen an tuberkulösen Zwillingen.* (Estr. « Beiträge zur Klinik der Tuberkulöse », Bd. 81, H. 1/2), Berlin.

Drexel K. — *Österreichische Religionsstatistik.* (Estr. « Der katholische Almanach 1934 »), Wien, 1934.

Elsas M. J. — *Volkswohlstand und Volkseinkommen - Messung des Wohlstands und Dynamik des Lohns.* Leipzig, 1934.

Fischer E. — *Rasseneinteilung und Erbanalyse.* (Estr. « Zeitschrift für Rassenkunde », Bd. II, H. 2, 1935).

Id. — *Kreuzung mit Chinesen in Europa.* (Estr. « Der Erbarzt », N. 7, 1935).

Id. — *Erbarzt und Bevölkerungswissenschaft.* (Estr. « Der Erbarzt », N. 8, 1935).

Id. — *Das Erbgut der Sippen.* (Estr. «Mein Heimatland», Heft 11/12, 1935).

Friedli W. — *Intensitätsfunktion und Zivilstand.* Bern, 1926.

Gross W. — *Die Bevölkerungs und Rassenpolitik des neuen Deutschlands.* 1935.

Günter I. K. — *Die Verstädterung.* Leipzig, 1934.

Harms B. — *Nationalwirtschaft und Weltwirtschaft - Zugleich als Einführung in System und Methode der Wirtschaftswissenschaft* (Wirtschaftslehre). Berlin, 1935.

Hauck W. C. — *Bilanz-theorien.* Bühl-Baden, 1933.

Id. — *Der Betriebsvergleich.* Bühl-Baden, 1933.

Hayet F. U. — *Das Mieterschutsproblem. Nationalökonomische Betrachtungen.* Wien, s. d.

Higy C. — *Kantons und Gemeindefinanzen.* (Estr. « Die Schweiz »), 1935.

Hinter O. — *Kreditsicherung durch den Freuhänder.* Bühl-Baden, 1934.

Illyefalvi I. L. — *Graphische Bilder aus der Vergangenheit und Gegenwart der Haupt und Residenzstadt Budapest.* Budapest, s. d.

Id. — *Statistisch-administratives Jahrbuch.* Budapest, 1932.

Id. — *Die sozialen und wirtschaftlichen Verhältnisse der Bürgerlichen Bevölkerung in Budapest.* Budapest, 1935.

Institut für Konjunkturforschung. — *Konjunkturstatistisches Handbuch* 1933. Berlin, 1933.

Institut für Konjunkturforschung. — *Die Deutschen Einzelhandelsumsätze in Kurven und Zahlen.* Hamburg, 1935.

Kautz E. A. — *Der Hafen von Vlissingen - Seine Stellung und Entwicklungsaussichten in internationalem Verkehr.* Jena, 1933.

Knoll F. — *Zur Bruns-Hermite'schen Reihe in der mathematischen Statistik.* (Estr. « Sitzungsberichten der Akademie der Wissenschaften in Wien », Bd. 144, H. 1-2), Wien, 1935.

Koch H. — *Die Vorauserstimmung des Geschlechts nach schöner und Marbe's Satz vom statistischen Ausgleich.* (Estr. « Zentralblatt für Gynäkologie », 59 Jahr.), Leipzig, 1935.

Koch H. und Mjöen H. — *Zur vergleichenden Psychologie der Allgemeinbegabung und der Musikalität.* (Estr. « Zeitschrift für Psychologie », Bd. 128, H. 4 bis 6), Leipzig, 1933.

Koeppler H. — *Die Differentialgleichungen des normalen Verteilungsgesetzes der betrachteten Eigenschaften bei einerhinreichend grossen Anzahl von vertretern einer Gattung.* (Estr. « Atti del Congresso Internazionale dei Matematici », Bologna, 3-10/9/1928, Tomo, VI).

Id. — *Zur Invaliditätsversicherung in Verbindung mit Lebensversicherung.* (Estr. « Comunicazioni del X Congresso Internazionale degli Attuari », Vol. II), Roma, 1934.

Koller S. — *Der Kreislauf und der Krebstod in Preussen von* 1905 *bis* 1928. (Estr. « Archiv. für Soziale Hygiene und Demographie », Bd. VIII, H. 2/3), 1933.

Id. — *Ueber die Jahreszeitlichen Schwankungen der Kreislaufsterblichkeit.* (Estr. « Deutschen Gesellschaft für Kreislaufforschung », VI Tagung), Dresden, 1933.

Id. — *Die Kreislaufsterblichkeit in Europa.* (Estr. « Verhandlungen der Deutschen Gesellschaft für Kreislaufforschung », VII Tagung), Dresden, 1934.

Id. — *Eine einfache Methode zur Beurteilung der Sterblichkeit an Krebs und Kreislaufstörungen.* (Estr. « Deutsche Medizinische Wochenschrift ») 1934.

Id. — *Beziehungen zwischen der Sterblichkeit an Kreislaufs und Atmungskrankheiten.* (Estr. « Verhandlungen der Deutschen Gesellschaft für Kreislaufforschung », VIII Tagung), 1935.

Id. — *Die Auslesevorgänge in Kampf gegen die Erbkrankheiten.* (Estr. « Zeitschrift für menschliche Vererbungs und Konstitutionslehre », Bd. H. 3), s. d.

Id. — *Die Sterblichkeit an Kreislaufstörungen.* (Estr. « Reichs Gesundheitsblatt », H. 23), 1935.

Id. — *Stunden und Tagesschwankungen der Sterblichkeit.* (Estr. « Verhandlungen der Deutschen Gesellschaft für innere Medizin »), 1935.

Koller S. und Lauprecht E. — *Die Bestimmung der Erbformel eines Tieres mit dominantem Merkmal aus seinen Vorfahren und Nachkommen.* (Estr. « Zeitschrift für induktive Abstammungs und Vererbungslehre », Bd. LXVI, H. 1).

Korherr R. — *Geburtenrückgang Mahnruf an das Deutsche Volk.* München, 1935.

KOWALSKI T. — *Beiträge zur Karaimischen Volkskunde und Dialektologie.* (Estr. « Rocznik Orjentalistyczny », Tom V), Lwow, 1929.

ID. — *Karaimische texte in dialekt von Troki.* Krakowie, 1929.

KUCZYNSKI J. — *Das Problem der dangen Wellen und die Entwicklung der Industriewaren : Preise in einzelnen Ländern.* (Estr. « Konjunkturstatistisches Korrespondenz »), Basel, 1934.

ID. — *Die Entwicklung der Lage der Arbeiterschaft in Europa und Amerika :* 1870-1933. Basel, 1934.

LAGUNOFF B. — *Einige kritische Bemerkungen über die Anwendung der mathematischen Formeln zur Abbildung der Wirklichkeitserscheinungen, illustriert auf Beispiele der sogenannten Ernteertragformeln.* (Estr. « Journal du Cycle Mathématique de l'Académie des Sciences d'Ukraine »), s. d.

LANDSBERG O. — *Zur Berechnung der Eheschliessungsziffer.* (XXII Session de l'Institut International de Statistique, Londres), La Haye, 1935.

LANGE O. — *Die Preisdispersion als Mittel zur statistischen Messung wirtschaftlicher Gleichgewichtsstörungen.* Leipzig, 1932.

LEHMANN W. — *Zwillingspathologische Untersuchungen über die dystrophische Diathese.* (Estr. « Zeitschrift für induktive Abstammungs und Vererbungslehre », Bd. LXX), s. d.

ID. — *Einige Erblichkeitsfragen in der Kinderklinik.* (Estr. « Archiv für Kinderheilkunde », Bd. 106, H. 4), 1935.

LIEPMANN M. — *Krieg und Kriminalität in Deutschland.* New Haven, 1930.

LINDERS F. J. — *Fortbildung der statistischen Beamten in Schweden.* (Estr. « Allgemeinnes Statistisches Archiv », Bd. 22), Jena, 1932.

LOREY W. — *Konjunkturforschung.* (Estr. « Zentralstelle für Interessenten der Leipzigen Mustermessen », Jahr III, n. 22), Leipzig, 1925.

LOTKA A. J. — *Zur Dynamik der Bevölkerungsentwicklung.* (Estr. « Allgemeines Statistisches Archiv », Bd. 22), Jena, 1932.

LÜDERS R. — *Die Statistik der seltenen Ereignisse.* (Estr. « Biometrika », Vol. XXVI, Parts I and II), Cambridge, 1934.

LUNDBORG H. — *Bevölkerungsfragen, Bauerntum und Rassenhygiene.* Berlin, 1934.

MANOILESCO M. — *Zusammenarbeit zwischen Ost und Westeuropa auf neuer Grundlage.* (Estr. « Weltwirtschaftliches Archiv », Bd. 41, H. 2), Jena, 1935.

ID. — *Arbeitsproduktivität und Aussenhandel : Ein neuer Beitrag zur Theorie des internationalen Handels.* (Ibidem, Bd. 42, H. 1), Jena, 1935.

MEERWARTH R. — *Über die repräsentative Methode.* (Estr. « Zeitschrift des Preuss. Stat. Land. », 72 Jahr).

MEERWARTH R., GÜNTHER A. und ZIMMERMANN W. — *Die Einwirkung des Krieges auf Bevölkerungsbewegung, Einkommen und Lebenshaltung in Deutschland.* New Haven, 1932.

MEYER M. H. L. — *Die Volkswirtschaftliche und Betriebswirtschaftliche Statistik.* (XXII Session de l'Institut International de Statistique, Londres), La Haye, 1934.

MJÖEN C. G. — *Rassenbiologie und Rassenhygiene in Norwegen* 1908-33. Berlin, 1933.

Mjöen J. A. — *Lebensdienliche und lebensferne Wissenschaft.* (Estr. « Zeitschrift für Morphologie », Bd. XXXIV), 1934.

Mombert P. — *Bevölkerungsentwicklung und Wirtschaftsgestaltung zur Frage der Abnahne des Volkswachstums.* Leipzig, 1932.

Mukermann H. — *Eugenik.* (Estr. « Berichten über die gesamte Gynökologie und Geburtshilfe sowie deren Grenzgebiete », Bd. 24, H. 1-2), Berlin. s. d.

Peller S. — *Über die weibliche Selbstmordhandlung.* (Estr. « Archiv für Frauenkund und Konstitutionsforschung », Bd. 18, H. 1-2), Leipzig, 1932.

Id. — *Zur Statistik der Selbstmordhandlung.* (Estr. « Allgemeines Statistisches Archiv », Bd. 22), Jena, 1932.

Id. — *Die säkulare Krebskurve.* (Estr. « Zeitschrift für Krebsforschung », Bd. 40, H. 5), Berlin, 1935.

Id. — *Gebärende und Neugeborene bei Juden verschiedener Abstammung in Palästina.* (Estr. « Folia Medica Orientala », Vol. I, Fasc. 3-4), Hierosolymis,. 1935.

Pikler E. — *Theorie der automatischen Transferfähigkeit.* (Estr. « Ungarischen Volkswirtschaftlichen Rundschau »), Budapest, 1934.

Pindor R. — *Die Materialwirtschaft im Steinkohlenbergbau.* Bühl-Baden, 1933.

Reichardt W. — *Der statistische Dienst in Deutschland.* (Estr. « Revue Internationale des Sciences Administratives »), 1935.

Reichel H. — *Welches sind heute die dringlichsten Forderungen der Rassenhygiene.* (Estr. « Wiener klinischen Wochenschrift », n. 23-24), s. d.

Id. — *Biologische Grundlagen der Vererbung.* (Estr. « Wiener medizinischen Wochenschrift »), 1935.

Id. — *Die Stellung der Rassenhygiene zur Hygiene und Medezin.* (Estr. « Wiener klinischen Wochenschrift »), 1935.

Richter-Altschaeffer H. — *Theorie und Technik der Korrelations Analyse.*

Roth O. — *Wachstumsversuche an Batten. Ein Beitrag zur Frage der Entstehung der Schädelform.* (Estr. « Zeitschrift für Morphol. und Anthropol. », Bd. XXXIII, H. 3).

Rosza G. — *Die neuen auslaendischen statistischen Grundgesetze.* Budapest, 1933.

Sächsisches Statistisches Landesamt. — *Zeitschrift des Sächsischen Statistischen Landesamtes.* Jahr. 77, 1931. Dresden, s. d.

Id. — *Idem. Jahr 78 und 79.* Dresden, 1933.

Id. — *Statistisches Jahrbuch für das Land Sachsen :* 1931-34. Dresden, 1935.

Schinzel A. — *Die Bevölkerungspolitische Lage Oesterreichs.* (Estr. « Wiener klinischen Wochenschrift »), 1935.

Schultness H. — *Volterra'sche Integralgleichungen in der Versicherungsmathematik.* Zürich, 1935.

Schultz H. — *Theoretische Sozialökonomik und theoretische Statistik.* (Estr. « Weltwirtschaftliches Archiv », Bd. 37), Jena, 1933.

Id. — *Über eine Methode zur Berechnung der Elastizität der Nachfrage und Kritik durch Amoroso.* (Estr. « Zeitschrift für Nationalökonomie », Bd. V, H 2), Wien, 1934.

Schweizerische Unfallversicherungsanstalt. — *Ergebnisse der Unfallstatistik der dritten fünfjährigen Beobachtungsperiode* 1928-32.

Sipos A. — *Ungarns Stellung in der Weltwirtschaftskrise.* Budapest, 1933.

Somari F. — *Wandlungen der Weltwirtschaft seit dem Kriege.* Tübingen, 1929.

Statistisches amt der Stadt Berlin. — *Kleines Berliner Taschenbuch Berlin in Bahlen.* Neugabe, 1933.

Id. — *Statistisches Jahrbuch der Stadt Berlin : 9 Jahr.* Berlin, 1933.

Statistik der Stadt Zürich. — *Zürcher Steuerstatistik :* 1929. Zürich, 1934.

Statistik des Deutschen Reichs. — *Amtliches Gemeindeverzeichnis für das Deutsche Reich auf Grund der Volkszählung* 1933. Berlin, 1934.

Strigl R. — *Lohnfonds und Geldkapital.* (Estr. « Zeitschrift für Nationalökonomie », Bd. V, H. 1), Wien, 1934.

Timofeef-Ressovsky N. W. — *Verschiedenheit der « normalen » Allele der white-serie zwei geographisch getrennten Populationen von Drosophila melanogaster.* (Estr. « Biologischen Zentralblatt », Bd. 52, H. 8), Leipzig, 1932.

Id. — *Rückgenmutationen und die Genmutabilität in verschiedenen Richtungen.* (Estr. « Zeitschrift für induktive Abstammungs und Vererbungslehre », Bd. LXVI, H. 2), Berlin, 1933.

Id. — *Polare Schwankungen in der plänotypischen Manifestierung einiger* (Ibidem, Bd. LXVII), s. d.

Id. — *Einige Versuche an Drosophila malanogaster über die Beziehungen zwischen Dosis und Art der Röntgenbestrahlung und der dadurch ausgelösten Mutationsrate.* (Estr. « Strahlentherapie », Bd. 49), Wien, 1934.

Id. — *Über den Einfluss des genotypischen Miliens und der Aussenbedingungen auf die Realisation des Genotypes.* Berlin, 1934.

Id. — *Auslösung von Vitalitätsmutationen durch Röntgenbetrahlung bei Drosophila melanogaster.* (Estr. « Nachrichten von der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen », Bd. 1, H. 11), Berlin, 1935.

Id. — *Ueber mutterliche Vererbung bei Drosophila.* (Estr. « Die Naturwissenschaften », 23 Jahr. H. 26-28), Berlin, 1935.

Troschke P. — *Die Bevölkerungsbewegung in Deutschland und die Kinderzahl in den evangelischen Pfarrerfamilienstatistik.* (Estr. « Evangelische Pfarrerfamilienstatistik »). Berlin, 1935.

Von Verschner — *Neue Ergebnisse der Zwillingsforschung.* (Estr. « Archiv für Gynäkologie », Bd. 156, H. 1-2), Berlin, 1933.

Id. — *Allgemeine Erbpathologie.* (Estr. « Verhandlungen der Deutschen Gesellschaft für innere Medizin »), München, 1934.

Wagemann E. — *Kurven und Zahlen zur Wirtschaftslage in Deutschland : Zweite Auflage.* Berlin, 1935.

Id. — *Zwischenbilanz der Krisenpolitik.* Berlin, 1935.

Wagenführ H. — *Geschichte der wirtschaftlichen Lehrmeinungen und wirtschaftspolitischen System.* Leipzig, s. d.

Weinberg W. — *Das Württembergische Kataster der Geisteskranken als Forschungsquelle der Wissenschaft.* (Estr. « Archiv für Rassen und Gesellschaftsbiologie », Bd. 27, H. 1), München, 1932.

VEINBERG W. — *Zwillingsentstehung und Geburtenfolge nebst kurzer Stellungnahme zu anderen Fragen der Zwillingslehre.* (Estr. « Zeitschrift für Vererbungslehre », Bd. LXV), Tübingen, 1932.

ID. — *Zur Geburtenfolge bei Zwillingen und ihr mittlerer Fehler.* (Estr. « Zeitschrift für induktive Abstammungs und Vererbungslehre », Bd. LXVI), Tübingen, 1933.

ID. — *Zur Frage des Wiederholten Auftretens von Defekterscheinungen.*

WELTWIRTSCHAFTS INSTITUTS. — *Weltwirtschaftsdämmerung* (Festschrift zum 10 jährigen Bestehen des Weltwirtschafts Instituts), Stuttgart' 1934.

WERNER M. — *Über den Anteil von Erbanlage und Umwelt beim Kohlehydratstoffwechsel auf Grund von Zwillingsuntersuchungen.* (Estr. « Zeitschrift für induktive Abstammungs und Vererbungslehre ». Bd. LXVII)

WINKLER W. — *Die Einkommensverschiebungen in Oesterreich während des Weltkrieges.* Wien, 1930.

WINSLER P. G. — *Beitrag zur theorie der handwirtschaftlichen Production.* Uppsala, 1933.

ID. — *Über eine Lohnuntersuchung im Schwedischen Handel und Grubenbau im Zusammenhang mit einer Russen Behandlung eines konjunkturtheoretischen Problems.* Lund, 1935.

WISNIEWSKI J. — *Die Elastizität der Nachfrage in Bezug auf das Einkommen.* (Estr. « Zeitschrift für Nationalökonomie »). Wien, 1935.

WITTICH E. — *Die Volkszählung in der Republik Mediko in Mai* 1934. (Estr. « Petermann Geographischen Mitteilungen », H. 9-10), 1931.

WOYTINSKY W. — *Die Welt in Zahlen.* Berlin, 1927.

ID. — *Tatsachen und Zahlen Europas.* Wien, 1930.

WÜRZBURGER E. — *Statistische Ämter und Gesellschaften.* (Estr. « Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik », Bd. 141), Jena, 1935.

YUN-KUEI-TAO. — *Chinesen Europäerinnen Kreuzung.* (Estr. « Zeitschrift für Morphol. und Anthropol. », Bd. XXXIII, H. 3), 1935.

ZAHN F. — *Tagung des Internationalem Statistisches Instituts in Mexiko* 1933. (Estr. « Allgemeines Statistisches Archiv », Bd. 33), Jena, 1933.

ZEJMO-ZEJMIS S. — *Die Bevölkerung des lausitzschesischböhmischen Grenzgebietes.* (Estr. « Journal de la Société Polonaise des Naturalistes - Kopernik - », Vol. LIX, Fasc. IV), Lwow, 1934.

ZIZEK F. — *Die Statistik als Lehr und Prüfungsfach in Rahmen der Wirtschafts und Sozialwissenschaften.* Frankfurt, s. d.

ID. — *Die Allgemeine und die Spezielle statistische Methodenlehre.* (Estr. « Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik », Bd. 138), Jena, 1933.

ZRZAVY F. J. — *Die Europäische Agrarkapazität.* (Estr. « Paneuropa Wirtschaftshefte », Wien, 1934.

ZWINGGI E. — *Zur Methodik der Bevölkerungsvoransberechnung.* (Estr. « Zeitschrift für Schweizerische Statistik und Volkswirtschaft », Jahr. 69, H. 2), Basel, 1933.

AZNAR S. — *Alrededor del neomalthusianismo.* Madrid, s. d.

ID. — *Remuneración del trabajo.* Madrid, 1935.

Bach F. — *Un estudio del costo de la vida.* México, 1935.

Baiocco P. J. — *Algunos comentarios de Sir Otto Niemeyer sobre nuestro régimen bancario y monetario.* Buenos Ayres, 1933. (Estr. « Revista de Ciencias Económicas », Mayo de 1933).

Id. — *Función de los institutos universitarios de investigación economica.* Buenos Ayres, 1934. (Ibidem, Junio de 1934).

Banco de España. — *Ritmo de la crisis económica española en relación con la mundial.* Madrid, 1934.

Banco de la Nacion Argentina. — *Memoria y balance general del ejercicio de* 1934. Buenos Ayres, 1935.

Baños O. F. — *Determinación y estudio de una curva de frecuencia.* (Estr. « Anales de la Universidad de Madrid »; Tomo II, Fasc. 3°) Madrid, 1933.

Barboza B. M. F. — *Páginas económicas.* Bahia, 1934.

Bidabehere F. A. — *Cámaras Compensadoras Argentinas.* Buenos Ayres, 1932.

Bojorquez J. y Alanis Patiño E. — *La clasificación cultural en las estadisticas del movimiento de la población de los paises de la América Latina.* (XXI Session de l'Institut International de Statistique, Mexico). México, 1933).

Bojorquez J. y Loyo G. — *Sobre las estadisticas de la reforma agraria mexicana* (Ibidem).

Id. — *Sobre las estadísticas internacionales de los efectos protestados y de los secuestros ejecutados teniendo como base títulos de crédito* (Ibidem).

Bosch E., Pinedo F. y Justo A. P. — *Discursos pronunciados el* 6/6/1935 *por el inauguración del Banco Central de la República Argentina.* Buenos Ayres, 1935.

Broide J. — *Teoría y prática de los bancos de la reserva federal.* (Estr. « Revista de Ciencias », Junio, 1935). Buenos Ayres.

Bula Clotilde A. — *Análisis estadística del suicidio.* Rosario, 1934.

Bunge A. E. — *Riqueza y renta de la Argentina. Su distribución y su capacidad contributiva.* Buenos Ayres, 1917.

Busse H. — *Altslawische Skelettreste im Potsdamer Havelland.* (Estr. « Zeitschrift für Ethnologie ». 66 Jahrg.).

Cantu'-Estrada J. — *Evolución del derecho obrero en México en relación con el costo de la vida y el salario mínimo.* México, 1935.

Central Bureau Voor de Statistiek. — *Bedrijfstellung* 31/12/1930. Deel I : *Statistiek der Vestigingen.* Band II : *Visschery, Handel, Verkeer, Bank, ecc.* S. Gravenhage, 1935.

Colegio de Doctores en Ciencias Economicas y Contadores Publicos Nacionales. — *Memoria correspondiente al* 43° *ejercicio presentada a la Asemblea ordinaria del* 15 *de Mayo de* 1935. Buenos Ayres.

De Barros e Cunha J. G. — *Diametros e indices cranianos nos portugueses* (Contribüções para o estudio da Antropologia Portuguesa, Vol. II, Fasc. 6), Coimbra, 1931.

Id. — *Crâneo de um soba quioco da região do saurimo lunda* (ibidem, Fasc. 11), Coimbra, 1933.

DEPARTAMENTO DE HACIENDA. — *Memoria del Departamento de Hacienda correspondiente al año* 1933. Buenos Ayres, 1934.

DEPARTAMENTO DEL TRABAJO. — *Directorio de Asociaciones Sindicales de la República*. México, 1935.

DEPARTAMENTO NACIONAL DE SAUDE PUBLICA. — *Annuario de Estadística demografico-sanitaria* 1927-28. Rio de Janeiro, 1934.

DEPARTAMENTO NACIONAL DE TRABAJO. — *La desocupación en la Argentina*, 1932. Buenos Ayres, 1933.

DE SOUSA DA CAMARA A. — *Efeitos dos Raios X nos cromosomas do Triticum monococcum. Sua analise na apreciacão de filogenia do Trigo.* (Estr. « Anais do Istituto Superior de Agronomia », Vol. VII, n. 1), Lisboa, 1935.

DIRECCION DE PENSIONES CIVILES DE RETIRO. — *Segundo censo de empleados sujetos a la ley general de pensiones de retiro*. México, 1933.

DIRECCION DEL INSTITUTO GEOGRAFICO, CATASTRAL Y DE ESTADISTICA. — *Censo de la población de España segun el empadronamiento hecho en la península e islas adyacentes y posesiones del norte y costa occidental de Africa*, 31-12-1930. Madrid, 1932.

DIRECCION GENERAL DE ESTADISTICA. — *Sinonimias populares mexicanas de las enfermedades*. México, 1933.

DIRECCION GENERAL DEL INSTITUTO GEOGRAFICO, CATASTRAL Y DE ESTADISTICA. — *Estadística del movimiento de buques y pasajeros por mar con el exterior*. Año 1930. Madrid, 1933.

DIRECCION GENERAL DE SANIDAD. — *Resumen de natalidad y mortalidad de España en el año* 1933. Madrid, 1934.

ID. — *Resumen de natalidad y mortalidad de España en el año* 1934. Madrid, 1935.

DIRECCION NACIONAL DE ESTADISTICA. — *Extracto estadístico y censo electoral de la República*. Lima, 1933.

DIRETORIA DE ESTADISTICA, INDUSTRIA E COMMERCIO. — *Estadistica do Estado de S. Paulo*. Año de 1932. S. Paulo, 1934.

ENRIQUES A. M. — *Una nueva escritura comun para los indios*. México, 1935.

FACULTAD DE CIENCIAS JURIDICAS Y SOCIALES DE LA UNIVERSIDAD DE LA PLATA. — *Anales*, Tomo V, 1933. La Plata, 1934.

ID. — *La obra de Carlos March* (Conferencia). La Plata, 1934).

FERNANDEZ F. R. — *Historia de la estadística agrícola en México* (XXI Session de l'Institut International de Statistique, Mexico). México, 1933.

GENERALITAT DE CATALUNYA. — *Moviment demografic de Catalunya*. Grafics i comentaris. s. d.

GONZALEZ GALÉ J. — *La enseñanza de la ciencias económicas*. (Discurso pronunciado en la colación de grados celebrada el 29 de septiembre de 1933). Buenos Ayres, 1933.

ID. — *El problema de las jubilaciones*. Buenos Ayres, 1934.

ID. — *Las leyes de la mortalidad*. Buenos Ayres, 1934.

GONZALES VELASCO J. D. — *Estudio de las condiciones actuales de grupos indígenas como productores, buscando su mejor capacitación para que*

participen ventajosamente en la economía de los paises del continente. México, 1935.

Institut International de statistique. — *Apuntes para el estudio del desarrollo histórico de la estadística en el Salvador.* (XXI Session de l'Institut International de Statistique, Mexico). México, 1933.

Id. — *La vida salvadoreña a través de las cifras estadísticas correspondientes a* 1932 (XXI Session de l'Institut International de Statistique, Mexico). México, 1933.

Id. — *Necesidad de informar los sistemas de exposición estadística* (XXI Session de l'Institut International de Statistique, Mexico). México, 1933.

Institut d'Investigacions Economiques. — *La seva actuación utilitat dels sens serveis les seves possibilitats.* Barcelona, s. d.

Kiliukas A. — *Byrancios varpos.* 1932.

Liga Nacional de Higiene y Profilaxia Social. — *Eugenesia : Primer ciclo de propaganda organizada que se ha efectuado en el pais.* Lima, 1934.

Los *idiomas aborígenes y su conservación.* México, 1935.

Loyo G. y Zamora A. — *En Hespaña-America, no seguro de desocupación involuntaria, sino medidas preventivas de ella.* México, 1935.

Merz C. — *Compendio estadístico. Demografía, comercio internacional y finanzas de Costa Rica.* I Tomo : *Estadística vital.* San José, 1932.

Milicer-Gruzewska H. — *Zagadnienie rozkladu cen ziemi na ceny jej skladowych gatunków.* (Estr. « Revue Trimestrielle de Statistique de la République Polonaise », Année 1934, Tome XI, Fasc. 1).

Ministerio das Financias. — *Movimento financeiro de Portugal.* Lisbona, 1934.

Ministerio de Agricultura. — *Anuario estadístico de las producciones agrícolas. Año 1933 y 1934 para los agros y el olivo.* Madrid, 1934.

Id. — *Tres estudios económicos. Apéndice al Anuario estadístico de las producciones agrícolas.* Año 1933. Madrid, 1934.

Ministerio de Hacienda y Agricultura de la Nacion. — *El plan de acción económica ante el Congreso Nacional.* Buenos Ayres, 1934.

Ministerio de Hacienda y Comercio. — *Extracto estadístico del Perú :* 1931, 1932, 1933. *Preparado por la Direción Nacional de Estadística.* Lima, 1935.

Ministerio de Trabajo, Sanidad y Prevision. — *Estadística de los accidentes del trabajo ocurridos en los años* 1931 y 1932. Madrid, 1931.

Mjöen J. A. — *Det norske program for raschygiene.* Oslo, 1932.

Id. — *Biologisk kontroll med inuvandringen.* (Vern Landegrensen Fremmede Forbrytere). Oslo, 1933.

Moldovan I. — *Igiena natiunei.* Chij, 1925.

Id. *Biopolitica.* Chij, 1926.

Moszynski K. — *Kultura ludowa slowian. Cześć II - Kultura Duchowa.* Kraków, 1934.

Mydlarski J. M. — *Budowa Fizyczna. Mlodziezy Meskiej Roczników* 1906 *do* 1909 *w Światlo Materjalów Komisyj Poborowych.* Warszawa, 1933.

MYDLARSKI J. i MIECZYSLAWA BRUNOWA. — *Badania Antropologiczno — Psychjatryczne Rodziń Alkoholików.* (Estr. « Rocznika Psychjatrycznego »). 1934.

MYDLARSKI J. i WIAZOWSKI K. — *Badania antropologiczne przestepców.* (Estr. Archiwum Kryminologicznego », Tom I, zeszyt 2). s. d.

ORTIZ M. C. F. — *Sugestiones para que la eugenesia, obstetricia y puericultura favorezcan a la mujer y al niño indígenas.* México, 1935.

PASCUA M. — *Mortalidad específica en España*, Madrid, 1935.

PINEDO F. — *Los frigoríficos, el impuesto a los réditos y el control de cambios.* Buenos Ayres, 1935.

ID. — *Los proyectos financieros ante la honorable Cámara de Diputados.* Buenos Ayres, 1935.

ID. — *Los proyetos financieros ante el honorable Senado.* Buenos Ayres, 1935.

PINERO GARCIA P. P. — *Mortalidad infantil de* 0 *a* 10 *años en Rosario* (1900-1925). (Estr. « La Semana Médica », n. 36). Buenos Ayres, 1933.

PRESIDENCIA DEL CONSEJO DE MINISTROS. — *Anuario estadístico de España.* Año XVII, 1931. Madrid, 1933.

ID. — *Idem*, 1932-1933. Madrid, 1934.

ID. — *Censo de la población de España. Región de Aragón.* Madrid, 1935.

ID. — *Extranjeros inscritos en el censo de población de* 1930, *clasificados por los paises de su nacionalidad en combinación con el sexo, estado civil, edad y profesión.* Madrid, 1935.

ID. — *La demografía española en el decenio* 1921-1930. Madrid, 1935.

PUIG J. M. y VASQUEZ G. V. — *Séptima conferencia internacional americana de Montevideo. Un congreso de indigenistas americanos.* México, 1934

RACOVITA E. G. — *Evolutia si problemele ei.* Cluj, 1929.

RAMIREZ R. — *Formación y capacidad de los maestros rurales para hacer eficaz la acción de la escuela en los pueblos indígenas.* México, 1935.

REBOZA J. C. — *El estudio de Sitio y la ley histórica del desborde institucional.* La Plata, 1935.

ROSSET E. — *Prawa Demograficzne Wojny.* Lódź, 1933.

SECRETARIA DA AGRIC. IND. E COMM. DO ESTADO DE S. PAULO. — *Estatistica industrial do Estado de S. Paulo.* Año de 1933. S. Paulo, 1935.

SECRETARIA DE HACIENDA Y CREDITO PUBLICO. — *La crisis económica en México y la legislación sobre la moneda y el crédito.* México, 1933.

SECRETARIA DE LA ECONOMIA NACIONAL (Estados Unidos Mexicanos). — *Quinto censo de población.* 1930, 18 Fasc. México, 1932, 1933, 1934.

ID. — *Sinonimías populares mexicanas de las enfermedades.* México, 1933.

ID. — *México en cifras* (Atlas estadístico 1934).

SOCIEDAD MEXICANA DE EUGENESIA. — *Para nuestros hijos cuando tengan* 18 *años. Consejos de un médico.* México, 1933.

SOCIEDAD MEXICANA DE GEOGRAFIA Y ESTADISTICA. — *Primer centenario de la Sociedad Mexicana de Geografía y Estadística,* 1833-1933. Tomos I y II. México, 1933.

STATISTIEK VAN NEDERLAND. — *Volkstelling.* 31 *December* 1930. S. Gravenhage, 1934.

TAMAGNINI E. — *On antigos habitantes das Canarias.* (Contribuiçoes para o estudio da antropologia portuguesa, Vol. II, Fasc. 8), Coimbra, 1932.

TAMAGNINI E. — *Sobre a distribuçao geografica de alguns caracteres fundamentais da população portuguesa.* Parte I y II (ibidem Fasc. 7 y 10), Coimbra, 1932.

THEMIDO A. A. — *O indice orbitario nos portugueses* (ibidem, Fasc. 5), Coimbra, 1931.

ID. — *Sobre algunos caracteres antropometricos da populaçao portuguesa* (ibidem, Fasc. 9), Coimbra, 1933.

UNIVERSIDAD NACIONAL DEL LITORAL. — *Estadística censal y estadística administrativa argentina.* Rosario, 1935.

VASQUEZ G. V. — *Indios de México.* México, 1935.

VASQUEZ G. V. Y LOYO G. — *Las encuestas sobre el costo de la vida, base para la política de previsión social. Necesidad de unificar métodos y procedimientos.* México, 1935.

ID. — *Notas sobre la producción y los precios en América durante la gran crisis en relación con la necesidad de que los paises de hispanoamérica formen suficientes índices estadístico-económicos.* México, 1935.

VASQUEZ G. V. Y ORCILLO R. S. — *Resultados práticos e influencia de las convenciones internacionales del trabajo, sobre las legislaciones sociales, de las naciones hispanoamericanas.* México, 1935.

VENTURINO A. — *Sociología primitiva Chileindiana. Comparaciones mayas, aztecas, e incásicas.* Barcelona, 1927.

ID. — *Sociología primitiva Chileindiana. La conquista de América y la guerra secular Austral.* Barcelona, 1928.

ID. — *Sociología Chilena.* Barcelona, 1929.

ID. — *Sociología general americana.* Barcelona, 1931.

ID. — *Sociología general : la interdipendencia.* La Coruña, 1935.

WARMING J. — *Landbrudgets graense-kalkulationer.* Kobenhavn, 1933.

ID. — *Hvilke graensekalkulationer given en korntold auledning til ?* Kobenhavn, 1934.

WESTERGAARD H. — *Nogle bemaerkninger om statistiken i Italien.* (Estr. « Nationalkonomisk Tidsskrift », B. 73, H. 3), Kobenhavn, 1935.

WICKSELL S. D. — *Studentekonomi.* Lund, s. d.

ID. — *Elementen av statistikens teori.* Lund, 1920.

ID. — *Befolkningsrörelsen i sveriges härader, tingslag och städer* 1911-25 *samt i sveriges bygder* 1901-1925. Malmö, 1934.

ID. — *Bidrag till den formella befolkningsteorien.* (Estr. « Statsokonomie Tidsskrift », H. 1-2), Oslo, 1934.

ID. — *De Svenska universitets och högskolestudenternas sociala ursprung och ekonomiska förhallanden.* Stockholm, 1934.

WINSLER P. G. — *Bidrag till den ekonomiska avelsforskningens teori. Statistiska studier.* Lund, 1928.

ID. — *Bidrag till korrelationsteorien.* Lund, 1928.

ZEJMO-ZEJMIS S. — *O konstytucje dla nowoczesny antropologii.* Warszawa, 1935.

PROF. CORRADO GINI, *Direttore responsabile.*

Roma — Tipografia Ippolito Failli.